

Volume I

Préface	iii
Avant-propos	vii
Introduction	1
Structure de l'ouvrage	5
1 Théorie quantique	9
1.1 La formulation de Feynman	10
1.1.1 Statut de la théorie quantique	10
1.1.2 Les règles de Feynman	11
1.2 Applications et conséquences physiques	18
1.2.1 Le système à deux niveaux	18
1.2.2 La particule libre	20
1.2.3 La limite classique	22
1.2.4 L'effet Aharonov-Bohm	23
1.2.5 Particules indiscernables	27
1.2.6 \otimes Physique quantique et topologie	30
1.3 La formulation hamiltonienne	32
1.3.1 Notion d'état quantique et linéarité	32
1.3.2 Produit scalaire et espace de Hilbert	35
1.3.3 Évolution temporelle	37
1.3.4 Retour sur le système à deux niveaux	41
1.4 La mesure en physique quantique	42
1.4.1 Mesures projectives	42
1.4.2 Observables et indétermination de Heisenberg	44
1.5 Perspectives	46
2 Théorie de l'information	49
2.1 Les systèmes de communication	50
2.2 L'entropie de Shannon	52
2.2.1 La mesure de l'information	52
2.2.2 L'entropie de Shannon	54

2.2.3	Premier théorème de Shannon sur le codage	55
2.3	Propriétés de l'entropie de Shannon	62
2.3.1	Extraction d'information	62
2.3.2	Cas d'une source composée	63
2.3.3	Multiplexeur	65
2.3.4	☞ La divergence de Kullback-Leibler	67
2.3.5	☞ Entropie et dynamique stochastique	68
2.4	Bayes et la théorie de l'information	68
2.4.1	Une autre conception des probabilités	68
2.4.2	Exemples d'utilisation de l'inférence bayésienne	70
2.4.3	Information mutuelle et inférence bayésienne	73
2.5	Capacité de transmission d'un canal	78
2.5.1	Canal de transmission	78
2.5.2	Capacité de transmission d'un canal	80
2.5.3	Second théorème de Shannon sur le codage	81
2.5.4	☞ La borne de Slepian-Wolf	82
3	Calculabilité et complexité	85
3.1	Avec quoi calcule-t-on ?	86
3.1.1	Du transistor à la fonction	87
3.1.2	Machine de Turing	91
3.2	Calculable et incalculable	97
3.2.1	Problèmes indécidables	98
3.2.2	Variantes des machines de Turing	102
3.2.3	Autres modèles de calcul	105
3.2.4	☞ Hypercalcul	106
3.3	Les thèses de Church, Turing, Landauer et Deutsch	110
3.3.1	La thèse de Church-Turing	111
3.3.2	La thèse de Landauer	111
3.3.3	La thèse de Church-Turing-Deutsch	112
3.3.4	La question des ressources	113
3.4	Complexité	114
3.4.1	Complexité algorithmique	114
3.4.2	Classes de complexité	117
3.4.3	P <i>versus</i> NP	124
3.4.4	L'aléatoire ou le rôle du hasard en complexité	127
3.4.5	Thèse de Church-Turing étendue	133
4	Systèmes quantiques simples	135
4.1	Systèmes à deux niveaux	136
4.1.1	De l'état au vecteur de Bloch	136
4.1.2	Du vecteur de Bloch à l'état	138
4.1.3	Les transformations du qubit	139
4.1.4	La polarisation du photon	140
4.1.5	Le spin 1/2	146

4.2	Oscillateur harmonique quantique	150
4.2.1	États propres et énergies propres	151
4.2.2	États quasi classiques	152
4.2.3	Photons dans une cavité	155
4.3	Tomographie quantique du qubit	158
4.3.1	Reconstruire $ \psi\rangle$ avec une infinité de réalisations	158
4.3.2	Le cas d'une source imparfaite	159
4.3.3	Nombre fini de réalisations	160
5	États intriqués : définition et propriétés générales	167
5.1	Systèmes composés	168
5.1.1	Qu'est-ce qu'un système composé?	168
5.1.2	Les états dans un système composé	169
5.2	Les états intriqués et leurs symétries	176
5.2.1	La décomposition de Schmidt des états intriqués	177
5.2.2	La décomposition de Schmidt est-elle unique?	178
5.2.3	États intriqués et corrélations de mesure	182
5.3	Intrication et mélange	183
5.3.1	Sources imparfaites et purification	183
5.3.2	Théorème de Gisin, Hughston, Jozsa et Wootters	184
5.3.3	Mélanges et théorie de l'information	187
5.4	Mesures et intrication	188
5.4.1	Qu'est-ce qu'une mesure généralisée?	189
5.4.2	Mesures faibles <i>versus</i> mesures projectives	192
5.4.3	Quelle information est extraite du système?	195
5.4.4	☞ Approche perturbative	199
6	Impossibilités quantiques	203
6.1	Indiscernabilité des états non orthogonaux	203
6.1.1	Indiscernabilité de deux états non orthogonaux	204
6.1.2	Ce que l'indiscernabilité ne dit pas	205
6.2	Théorème de non-clonage	205
6.2.1	Le théorème de non-clonage	206
6.2.2	Ce que le non-clonage ne dit pas	207
6.2.3	Non-clonage et indiscernabilité	208
6.3	Théorème de non-effacement	209
6.3.1	Le théorème de non-effacement	209
6.3.2	Le problème de l'effacement	211
6.4	Impossibilités non locales	212
6.4.1	Le théorème de non-communication	213
6.4.2	Le théorème d'inconvertibilité	214
6.4.3	Le théorème de non-dissimulation	215
6.5	Discernabilité d'états non orthogonaux	217
6.5.1	Discrimination sans erreur	217
6.5.2	Discrimination sans ambiguïté mais avec erreur	219

6.5.3	Comparaison des deux stratégies	221
6.5.4	Application aux télécommunications	221
7	Communiquer en utilisant des qubits	227
7.1	Communiquer quantiquement	228
7.1.1	Motivation	228
7.1.2	Le canal quantique	229
7.2	Les protocoles quantiques élémentaires	230
7.2.1	Le partage de secret au moyen d'états quantiques . . .	230
7.2.2	Utiliser l'intrication pour communiquer	237
7.2.3	Échange d'intrication	242
7.2.4	Ressources et protocoles	244
7.3	Contenu en information d'un qubit	250
7.3.1	Bits classiques <i>versus</i> qubits	251
7.3.2	La borne de Holevo	252
7.3.3	Le théorème de codage de Schumacher	256
7.4	Propriétés de l'entropie de von Neumann	259
7.5	Conditionnement en théorie quantique	262
7.5.1	Conditionnement classique en théorie quantique	262
7.5.2	Entropie conditionnelle quantique	263
7.6	La théorie de Shannon quantique	267
7.6.1	Information conditionnelle et communication	269
7.6.2	Le transfert d'état quantique	274
7.6.3	Conséquences du protocole de transfert	277
7.6.4	Protocoles duaux	282
7.6.5	Capacité d'un canal quantique	285
7.6.6	Perspectives	290
8	Calculer en utilisant des qubits	293
8.1	Oracles et accélération quantique prouvée	295
8.1.1	Trouver si une fonction est constante	295
8.1.2	Chercher dans une base de données non triée	302
8.2	Une accélération exponentielle ?	311
8.2.1	Le problème de Simon	312
8.2.2	La transformée de Fourier quantique	313
8.2.3	L'estimation de phase quantique	317
8.2.4	Décomposer un nombre en facteurs premiers	322
8.2.5	Au-delà de l'algorithme de Shor	326
8.3	Complexité et théorie quantique	329
8.3.1	Machine de Turing quantique	330
8.3.2	La classe BQP	331
8.3.3	Thèse de Church-Turing étendue quantique	334
8.3.4	Les problèmes dans BQP ont-ils un intérêt ?	335
8.4	Circuits quantiques	336
8.4.1	Circuits classiques et complexité	337

8.4.2	Circuits quantiques et complexité	338
8.4.3	Codes correcteurs d'erreurs	346
8.5	☒ La simulation quantique	355
8.5.1	☒ Enjeux et difficultés de la simulation quantique . . .	355
8.5.2	☒ Le calcul adiabatique	359
9	Dynamique des systèmes quantiques ouverts	365
9.1	Les interférences quantiques en pratique	366
9.2	Empreintes quantiques et décohérence	368
9.2.1	Empreintes et intrication	369
9.2.2	La fonctionnelle d'influence de Feynman-Vernon	370
9.3	Trajectoires quantiques	371
9.3.1	Motivations	371
9.3.2	Les états relatifs	372
9.4	Le cas markovien	375
9.4.1	Le modèle d'environnement markovien	375
9.4.2	L'équation de Lindblad	377
9.4.3	L'équation de Schrödinger stochastique	378
9.5	Super-opérateurs et markoviannité	380
9.5.1	Le théorème de Kraus	380
9.5.2	Cas markoviens et non markoviens	383
9.5.3	Conditions de validité de l'approche markovienne . . .	388
9.5.4	☒ Vers une équation de type Lindblad	389
10	Vers une ingénierie quantique	395
10.1	Atomes en cavité	395
10.1.1	Dispositif expérimental et modélisation	396
10.1.2	Les trajectoires quantiques	399
10.1.3	Tomographie d'un champ en cavité	406
10.1.4	Fuites de photons	408
10.1.5	Études expérimentales de la décohérence	415
10.2	Électrodynamique quantique sur circuit	417
10.2.1	Circuits électriques quantiques	417
10.2.2	Circuits supraconducteurs simples	419
10.2.3	Créer des qubits supraconducteurs	426
10.2.4	L'électrodynamique sur circuit	429
10.2.5	Les trajectoires quantiques du qubit	433
10.2.6	Les expériences de suivi des trajectoires	444
10.2.7	☒ Applications des circuits supraconducteurs	445
11	Caractériser les corrélations quantiques	449
11.1	Le raisonnement EPR	450
11.1.1	Hypothèses	450
11.1.2	Le raisonnement	450
11.2	L'inégalité de Bell	451

11.2.1	Établissement de l'inégalité	452
11.2.2	Prédictions de la théorie quantique	453
11.3	Les tests expérimentaux du réalisme local	456
11.3.1	Historique	456
11.3.2	Les difficultés expérimentales	456
11.4	Compléments sur les inégalités	459
11.4.1	Le cas d'un état mélange	459
11.4.2	Le cas d'un état pur général	460
11.4.3	Théorème de Tsirelson	461
11.4.4	Contradiction GHZ	463
11.5	Conséquences conceptuelles	464
	Conclusion	469
	Bibliographie	473
	Index	489