

Sommaire

Introduction	9
1 L'imagerie médicale	13
1.1 Les techniques d'imagerie	14
1.2 Quelques repères historiques	16
1.3 La tomodensitométrie (CT)	17
1.4 La tomographie par émission monophotonique (SPECT)	18
1.5 La tomographie par émission de positons (PET)	18
1.6 L'imagerie par résonance magnétique (IRM)	18
1.7 Les radiopharmaceutiques	19
1.8 Les principes physiques de la tomographie	21
1.9 L'échelle de Hounsfield	22
1.10 Les algorithmes de reconstruction	22
2 La transformée de Radon	25
2.1 La transformée de Fourier	25
2.2 La transformée de Radon	28
2.3 Propriétés de la transformée de Radon	31
2.4 Transformée de Radon d'une ellipse	32
2.5 Relation avec la transformée de Fourier	33
2.6 Inversion de la transformée de Radon	34
2.7 Transformée de Radon sur \mathbb{R}^3	35
2.8 Exemples de calcul de transformée de Radon	37

3	Reconstruction analytique	43
3.1	Projections et sinogrammes	43
3.2	Théorème de la coupe centrale	44
3.3	Rétroprojection	45
3.4	Rétroprojection filtrée	46
3.5	Filtrage	47
4	La transformée de Radon sur \mathbb{R}^n	49
4.1	Intégration sur \mathbb{R}^n	49
4.2	Propriétés de la transformée de Radon	53
4.3	Relation avec la transformée de Fourier	57
4.4	Potentiels de Riesz	57
4.5	Inversion de la transformée de Radon	60
4.5.1	Cas des dimensions impaires	60
4.5.2	Cas des dimensions paires	62
4.6	Harmoniques sphériques	65
5	Reconstruction discrète	69
5.1	Interpolation	69
5.1.1	L'interpolation de Lagrange	69
5.1.2	L'interpolation d'Hermite	70
5.1.3	L'interpolation de Tchebychev	71
5.1.4	Les courbes de Bézier	71
5.1.5	Les splines cubiques	72
5.2	Régression linéaire	73
5.3	Échantillonnage et théorème de Nyquist	74
5.4	Reconstruction discrète	78
5.4.1	Reconstruction par rétroprojection filtrée	78
5.4.2	Reconstruction par transformée de Fourier rapide	79
6	Méthodes numériques matricielles	83
6.1	Méthode de Kaczmarz	84
6.2	Conditionnement d'une matrice	85
6.2.1	Propriétés du conditionnement	87
6.2.2	Estimation du conditionnement	88
6.3	Méthodes directes	89
6.3.1	Méthode de Cholesky	89
6.3.2	Factorisation LU	89
6.3.3	Factorisation QR et méthode de Householder	90
6.4	Méthodes itératives	92
6.4.1	Méthode de Jacobi	93
6.4.2	Méthodes de relaxation	94

6.5	Méthodes projectives	94
6.5.1	Méthode d'Arnoldi	95
6.5.2	Méthode GMRES (Generalized Minimum Residual Method)	96
6.5.3	Méthode FOM (Full Orthogonal Method)	97
6.5.4	Méthode du gradient conjugué	97
6.5.5	Méthode du gradient conjugué pour les moindres carrés	98
7	Problèmes inverses	99
7.1	Problèmes directs, problèmes inverses	99
7.2	Exemples de problèmes inverses	100
7.3	Problèmes mal posés	101
7.4	Problèmes inverses mal posés	103
7.5	L'électro-encéphalographie	104
7.6	L'échographie	104
8	Régularisation et méthodes itératives algébriques	107
8.1	Équation normale	108
8.2	Régularisation de Tikhonov	110
8.3	Décomposition en valeurs singulières	111
8.4	Méthode de troncature spectrale	115
8.5	Critère de Morozov	116
8.6	Méthode itérative de Landweber	118
9	Probabilités	121
9.1	Lois de probabilités	122
9.1.1	Lois discrètes	127
9.1.2	Lois continues	127
9.2	Modes de convergence des lois	130
9.3	Estimateurs	131
9.4	Lois conditionnelles	132
9.5	Régression multilinéaire	135
9.6	Vecteurs gaussiens	137
9.7	Tirages d'échantillons aléatoires	138
9.7.1	Méthode des congruences	139
9.7.2	Méthode de la transformée inverse	139
9.7.3	Méthode de Box-Muller	140
9.7.4	Méthode du rejet de von Neumann	140
9.7.5	Méthode de Cheng pour une loi gamma	141
9.8	Intégration par Monte-Carlo	141

9.8.1	Échantillonnage simple	141
9.8.2	Réduction de variance	142
9.8.3	Échantillonnage suivant l'importance	143
9.9	Processus de Markov	146
9.9.1	Mouvement brownien	147
9.9.2	Chaînes de Markov	148
9.10	Algorithme de Metropolis-Hastings	151
9.11	Modèle d'Ising	152
10	Méthodes itératives statistiques	153
10.1	Méthode des moments	154
10.2	Méthode ML du maximum de vraisemblance	155
10.3	Méthode EM d'espérance-maximisation	158
10.4	Méthode MLEM	164
10.5	Méthode OSEM	166
11	Méthodes bayésiennes	167
11.1	Approches bayésiennes	167
11.2	Calcul de lois <i>a posteriori</i>	169
11.3	Modèles bayésiens linéaires	173
11.4	Choix des lois <i>a priori</i>	174
11.4.1	Lois conjuguées	174
11.4.2	Lois impropres	175
11.4.3	Lois de Jeffreys	175
11.5	Maximum d'entropie	177
12	Simulation de radiothérapie par Monte-Carlo	181
12.1	Modélisation des trajectoires	182
12.2	Interaction photon-matière	184
12.2.1	Diffusion élastique de Rayleigh	184
12.2.2	Diffusion inélastique de Compton	185
12.2.3	Absorption photoélectrique	186
12.2.4	Création de paires électron-positon	187
12.3	Algorithme de propagation en milieu inhomogène	187
13	Imagerie par résonance magnétique	191
13.1	Le moment magnétique	192
13.2	La précession de Larmor	193
13.3	Phénomènes de relaxation	193
13.4	Équations de Bloch	194
13.5	Champ radiofréquence	196
13.6	Impulsions radiofréquences	197

13.7	Localisation et gradients de champ	198
13.8	Équations de Bloch-Torrey	200
13.9	Échos de spin	203
13.10	Reconstruction de l'image	205
14	Traitement de l'image	207
14.1	L'image numérique	207
14.2	Représentation des couleurs	208
14.3	Formats de fichiers	210
14.4	Filtrage linéaire	211
14.4.1	Traitement du flou	212
14.4.2	Détection de contours	213
14.4.3	Détection de points d'intérêt	216
15	Segmentation de l'image	217
15.1	Segmentation par seuillage	218
15.1.1	Méthode d'Otsu	218
15.1.2	Méthode des k-moyennes	219
15.2	Segmentation par contours	219
15.2.1	Filtre de Canny	220
15.2.2	Filtre de Deriche	221
15.2.3	Filtre de Shen-Castan	223
15.2.4	Contours actifs	223
15.3	Segmentation par régions	225
15.3.1	Méthode de croissance de régions	225
15.3.2	Méthode de découpe-fusion	226
15.4	Segmentation par optimisation stochastique	226
15.4.1	Fonctionnelle de Mumford et Shah	226
15.4.2	Méthodes markoviennes	228
15.4.3	Méthode du recuit simulé	230
	Bibliographie	231