Version de résolution du baguenodier en mobilisant la théorie des graphes

Dans un article récent sur le traitement mathématique du baguenodier à 7 anneaux, Heeffer et Hinz (2017) donnent une interprétation des solutions présentées respectivement par les mathématiciens italiens Luca Pacioli (1445-1517) en 1508, qui adopte la marche normale pour démonter le baguenodier, et Jérôme Cardan (1501-1576) en 1550, qui adopte la marche accélérée, en modélisant le baguenodier par un graphe dont les sommets représentent les états du casse-tête après chaque mouvement (nous présentons en détail les textes de ces deux mathématiciens au sujet du baguenodier dans le chapitre 8). Leur approche diffère de la solution donnée par Gros dans son *Traité*. Nous en expliquons ici les grandes lignes, pour montrer aux lecteurs comment un simple casse-tête, objet de divertissement, peut dévoiler des aspects mathématiques qui ne seront développés que bien plus tard dans l'histoire de la discipline (la théorie des graphes fut en effet formalisée au début du XX^{e} siècle). L'objectif de Heeffer et Hinz (2017) est de comparer les solutions données respectivement par Pacioli et par Cardan et de pointer dans leurs explications la présence implicite d'une sorte d'algorithme récursif non numérique. Les auteurs définissent un sommet du graphe par une suite de *n* caractères (*n* étant le nombre initial d'anneaux au baguenodier), chaque caractère prenant la valeur 1 (si l'anneau est élevé) ou 0 (si l'anneau est baissé). Par exemple, la position initiale (tous les anneaux sont abaissés) d'un baguenodier à trois anneaux est 000. Celle où le 2^{e} anneau est élevé et les deux autres abaissés est 010. Le graphe modélisant l'enchaînement des mouvements pour élever les 3 premiers anneaux se représente ainsi (figure 35) :

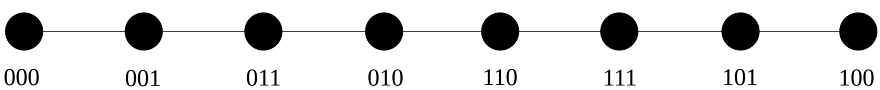

***Figure 35 :** Graphe représentant les différents états du baguenodier pour élever les anneaux par la marche normale. Ici, la position la plus à droite permet ensuite d'élever le 4^{e} anneau.* © L. R.

On visualise clairement la décomposition de chaque changement (au sens où l'entend Louis Gros, un seul anneau à la fois) alors que pour la marche accélérée, qui autorise de toucher simultanément les deux premiers anneaux, le graphe se représente de la sorte (figure 36) :

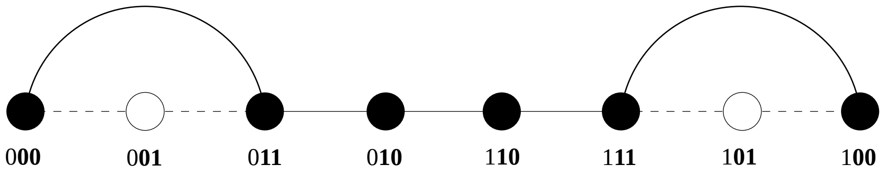

***Figure 36 :** Graphe représentant les différents états du baguenodier pour élever les anneaux par la marche accélérée. On remarque le gain dans le nombre de mouvements à effectuer.* © L. R.

Heeffer et Hinz (2017) montrent alors, en exploitant des résultats de récurrence pour compter les longueurs respectives des chemins des deux graphes, c'est-à-dire le nombre de mouvements nécessaires pour arriver à l'état final (tous les anneaux élevés), que la solution donnée par Pacioli pour passer de 0000000 à 1111111 par la marche ordinaire est optimale (il minimise la longueur du chemin entre les deux sommets), même s'il ne mentionne pas dans son texte le nombre de changements nécessaires pour élever tous les anneaux. Il en est de même chez Cardan qui donne les valeurs exactes minimales pour la marche accélérée du baguenodier à 7 anneaux. Heeffer et Hinz (2017) soulignent alors une certaine forme de récursivité non numérique dans la procédure des deux mathématiciens, et bien qu'ils se restreignent à un baguenodier à 7 anneaux, cette dernière peut facilement être étendue à un nombre quelconque d'anneaux.
La théorie des graphes figure à présent dans le programme de l'enseignement optionnel de mathématiques expertes de terminale générale depuis 2020, et une activité sur le baguenodier pourrait être envisagée dans ce cadre pour montrer aux étudiants l'articulation entre des objets issus des récréations mathématiques et des notions mathématiques plus théoriques, dont les applications sont nombreuses.

***

L'utilisation du binaire décrite par Louis Gros dans son *Traité* manuscrit de 1872 fournit une solution des plus élégantes au casse-tête du baguenodier, et qui plus est inédite, car aucun de ses prédécesseurs n'a pensé à rapprocher les différents états du baguenodier à un code binaire, et à ensuite l'exploiter pour répondre à des questions plus générales sur le casse-tête. L'apparition du code binaire réfléchi n'est certes pas des plus explicites – seulement parce que Louis Gros ne traduit pas un anneau élevé par 1 et un anneau abaissé par 0 – mais la succession des états du baguenodier représentés schématiquement et méticuleusement dans un tableau sur soixante-quatre pages de son *Traité*, à l’aide de points pour le montage et démontage d’un baguenodier à 11 anneaux (Gros 1972a : 25-88), montre bien les passages d’un nombre du code de Gray à un autre avec un seul changement de chiffre.

Au moment où Louis Gros termine la rédaction de son *Traité* manuscrit – il semblerait que ça soit en 1882 (figure 37) – le code binaire réfléchi est également exploité dans un tout autre contexte par Émile Baudot, ingénieur dans le domaine de la télégraphie, qui perfectionne alors considérablement les appareils de transmission existants. Bien évidemment, cette coïncidence est fortuite et il ne faudrait pas se laisser à penser que Baudot ait été un grand pratiquant de la science baguenodière. Quoique…

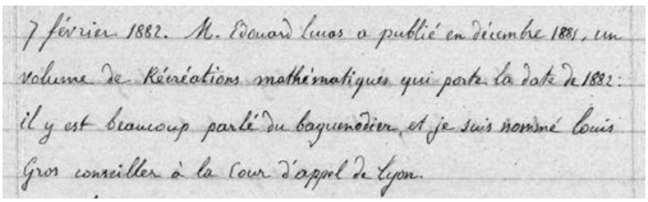
7 février 1882. M. Edouard Lucas a publié en décembre 1881, un volume de Récréations mathématiques qui porte la date de 1882 : il y est beaucoup parlé du baguenodier, et je suis nommé Louis Gros conseiller à la Cour d'appel de Lyon.

Figure 37 : *Note du 7 février 1882 concernant la publication des* Récréations mathématiques *de Lucas en 1882. Il semblerait que cette note soit la dernière que Louis Gros ait ajoutée.* (Gros 1872a : 8)