

TABLE DES MATIÈRES

Avant-Propos	vii
I Notions de base	1
I.1 Notion de système dynamique	1
I.2 Exemples pour le temps discret	3
I.2.1 Rotations du cercle	3
I.2.2 Applications dilatantes du cercle	5
I.2.3 Endomorphismes du tore	6
I.3 Exemples pour le temps continu	9
I.3.1 Équations différentielles autonomes	9
I.3.2 Temps discret et temps continu	13
I.3.3 Équations différentielles sur le tore \mathbb{T}^2	15
I.4 Ensembles invariants	16
I.5 Exercices	20
II Dynamique topologique	23
II.1 Systèmes dynamiques topologiques	23
II.2 Ensembles limites	25
II.2.1 Temps discret	25
II.2.2 Temps continu	30
II.3 Récurrence topologique	34
II.3.1 Transitivité topologique	34
II.3.2 Mélange topologique	36
II.4 Entropie topologique	39
II.4.1 Notions de base et exemples	39
II.4.2 Invariance topologique	41
II.4.3 Caractérisations alternatives	42

	II.4.4	Applications expansives	46
	II.5	Exercices	51
III		Systèmes dynamiques en basse dimension	55
	III.1	Homéomorphismes du cercle	55
		III.1.1 Relèvements	55
		III.1.2 Nombre de rotation	59
		III.1.3 Nombre de rotation rationnel	61
		III.1.4 Nombre de rotation irrationnel	64
	III.2	Difféomorphismes du cercle	68
	III.3	Applications de l'intervalle	72
		III.3.1 Existence de points périodiques	72
		III.3.2 Le théorème de Sharkovsky	74
	III.4	Le théorème de Poincaré-Bendixson	80
	III.5	Exercices	82
IV		Dynamique hyperbolique I	85
	IV.1	Ensembles hyperboliques	85
		IV.1.1 Notions de base	85
		IV.1.2 Fer à cheval de Smale	87
		IV.1.3 Continuité des espaces stables et instables	92
	IV.2	Ensembles hyperboliques et cônes invariants	96
		IV.2.1 Cônes et caractérisation des ensembles hyperboliques	96
		IV.2.2 Existence de cônes invariants	98
		IV.2.3 Critère d'hyperbolicité	101
	IV.3	Stabilité des ensembles hyperboliques	104
	IV.4	Exercices	106
V		Dynamique hyperbolique II	109
	V.1	Comportement près d'un point fixe hyperbolique	109
		V.1.1 Le théorème de Grobman-Hartman	109
		V.1.2 Le théorème de Hadamard-Perron	117
	V.2	Variétés invariantes stables et instables	128
		V.2.1 Existence de variétés invariantes	128
		V.2.2 Structure produit locale	131
	V.3	Flots géodésiques	134
		V.3.1 Géométrie hyperbolique	134
		V.3.2 Quotients par isométries	139
		V.3.3 Flot géodésique	141
		V.3.4 Flots hyperboliques	143

V.4	Exercices	147
VI	Dynamique symbolique	149
VI.1	Notions de base	149
VI.1.1	Espace de suites et décalage	149
VI.1.2	Entropie topologique	151
VI.1.3	Suites bilatérales	152
VI.2	Exemples de codages	153
VI.2.1	Applications dilatantes	154
VI.2.2	Applications quadratiques	157
VI.2.3	Fer à cheval de Smale	159
VI.3	Chaînes de Markov topologiques	160
VI.3.1	Notions de base	160
VI.3.2	Points périodiques	162
VI.3.3	Entropie topologique	164
VI.3.4	Transitivité et mélange topologiques	165
VI.4	Fers à cheval et chaînes de Markov topologiques	169
VI.5	Fonctions zêta	171
VI.6	Exercices	174
VII	Théorie ergodique	177
VII.1	Notions de théorie de la mesure	177
VII.2	Mesures invariantes	180
VII.3	Récurrence non triviale	183
VII.4	Le théorème ergodique	185
VII.5	Exposants de Lyapunov	190
VII.6	Entropie métrique	193
VII.7	Exercices	196
	Bibliographie	199
	Index	201