

# Table des matières

<b>Préface</b>	<b>xix</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>xxi</b>
<b>1 L'espace-temps de Minkowski</b>	<b>1</b>
1.1 Les quatre dimensions . . . . .	2
1.1.1 L'espace-temps comme espace affine . . . . .	2
1.1.2 Quelques notations . . . . .	3
1.1.3 Système de coordonnées affines . . . . .	4
1.1.4 Constante $c$ . . . . .	5
1.1.5 L'espace-temps newtonien . . . . .	5
1.2 Le tenseur métrique . . . . .	6
1.2.1 Produit scalaire sur l'espace-temps . . . . .	7
1.2.2 Matrice du tenseur métrique . . . . .	9
1.2.3 Bases orthonormales . . . . .	10
1.2.4 Genre des vecteurs . . . . .	11
1.2.5 Norme d'un vecteur . . . . .	11
1.2.6 Diagrammes d'espace-temps . . . . .	12
1.3 Cône isotrope et flèche du temps . . . . .	15
1.3.1 Définitions . . . . .	15
1.3.2 Deux petits lemmes bien utiles . . . . .	16
1.3.3 Classification des vecteurs unitaires . . . . .	17
1.4 Orientation de l'espace-temps . . . . .	18
1.4.1 Notion d'orientation . . . . .	18
1.4.2 Le tenseur de Levi-Civita . . . . .	19
1.5 Dualité vecteurs-formes linéaires . . . . .	21
1.5.1 Formes linéaires et espace dual . . . . .	21
1.5.2 Dualité métrique . . . . .	22
1.6 Bilan : l'espace-temps de Minkowski . . . . .	24
1.7 Avant d'aller plus loin... . . . . .	26

<b>2</b>	<b>Lignes d'univers et temps propre</b>	<b>29</b>
2.1	Ligne d'univers d'un point matériel . . . . .	29
2.2	Temps propre . . . . .	32
2.2.1	Définition . . . . .	32
2.2.2	Horloges idéales . . . . .	34
2.3	Quadrivitesse et quadriaccélération . . . . .	35
2.3.1	Quadrivitesse . . . . .	35
2.3.2	Quadriaccélération . . . . .	37
2.4	Les photons . . . . .	39
2.4.1	Géodésiques lumière . . . . .	39
2.4.2	Cône de lumière . . . . .	40
2.5	Voyageur de Langevin et paradoxe des jumeaux . . . . .	41
2.5.1	Lignes d'univers des jumeaux . . . . .	41
2.5.2	Temps propre de chaque jumeau . . . . .	43
2.5.3	4-vitesse et 4-accélération . . . . .	47
2.5.4	Un aller-retour vers le centre de la Galaxie . . . . .	51
2.5.5	Vérifications expérimentales . . . . .	55
2.6	Propriétés géométriques d'une ligne d'univers . . . . .	57
2.6.1	Géodésiques du genre temps . . . . .	57
2.6.2	Champ de vecteur le long d'une ligne d'univers . . . . .	59
2.6.3	Courbure et torsions . . . . .	60
<b>3</b>	<b>Observateurs</b>	<b>65</b>
3.1	Simultanéité et mesure du temps . . . . .	65
3.1.1	Position du problème . . . . .	65
3.1.2	Critère de simultanéité d'Einstein-Poincaré . . . . .	66
3.1.3	Espace local de repos . . . . .	68
3.1.4	Inexistence d'un temps absolu . . . . .	71
3.1.5	Projecteur orthogonal sur l'espace local de repos . . . . .	73
3.1.6	Caractère euclidien de l'espace local de repos . . . . .	74
3.2	Mesure de distances spatiales . . . . .	75
3.2.1	Formule de Synge . . . . .	75
3.2.2	Critère de rigidité de Born . . . . .	77
3.3	Référentiel local . . . . .	79
3.3.1	Observateur et son référentiel local . . . . .	79
3.3.2	Coordonnées relatives au référentiel local . . . . .	81
3.3.3	Espace de référence d'un observateur . . . . .	82
3.4	Quadrirotation d'un référentiel local . . . . .	83
3.4.1	Variation du référentiel local le long de la ligne d'univers	84
3.4.2	Décomposition orthogonale des formes bilinéaires antisymétriques . . . . .	86
3.4.3	Application à la variation du référentiel local . . . . .	88
3.4.4	Observateurs inertiels . . . . .	91
3.5	Dérivée d'un vecteur le long d'une ligne d'univers . . . . .	92

3.5.1	Dérivée absolue . . . . .	92
3.5.2	Dérivée par rapport à un observateur . . . . .	92
3.5.3	Dérivée de Fermi-Walker . . . . .	93
3.6	Localité du référentiel d'un observateur . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Cinématique</b>	<b>99</b>
4.1	Facteur de Lorentz . . . . .	99
4.1.1	Définition . . . . .	99
4.1.2	Expression en terme de 4-vitesses et 4-accélération . . . . .	103
4.1.3	Dilatation des temps . . . . .	105
4.2	Vitesse relative à un observateur . . . . .	106
4.2.1	Définition . . . . .	106
4.2.2	4-vitesse et facteur de Lorentz en fonction de la vitesse . . . . .	108
4.2.3	Vitesse relative maximale . . . . .	110
4.2.4	Expressions en terme de composantes . . . . .	112
4.3	Vérifications expérimentales de la dilatation des temps . . . . .	113
4.3.1	Muons atmosphériques . . . . .	113
4.3.2	Autres tests . . . . .	115
4.4	Accélération relative à un observateur . . . . .	115
4.4.1	Définition . . . . .	115
4.4.2	Relation avec la dérivée seconde du vecteur position . . . . .	116
4.4.3	Expression de la 4-accélération . . . . .	118
4.5	Mouvement des photons . . . . .	122
4.5.1	Direction de propagation d'un photon . . . . .	123
4.5.2	Vitesse de la lumière . . . . .	124
4.5.3	Vérifications expérimentales de l'invariance de la vitesse de la lumière . . . . .	127
<b>5</b>	<b>Changement d'observateur</b>	<b>135</b>
5.1	Relations entre deux observateurs . . . . .	135
5.1.1	Réciprocité de la vitesse relative . . . . .	135
5.1.2	Contraction des longueurs . . . . .	138
5.2	Loi de composition des vitesses . . . . .	141
5.2.1	Forme générale . . . . .	141
5.2.2	Décomposition en parties parallèle et transverse . . . . .	144
5.2.3	Cas des vitesses colinéaires . . . . .	147
5.2.4	Formule alternative . . . . .	147
5.2.5	Vérification expérimentale : expérience de Fizeau . . . . .	149
5.3	Loi de composition des accélérations . . . . .	151
5.4	Effet Doppler . . . . .	152
5.4.1	Dérivation . . . . .	153
5.4.2	Vérifications expérimentales . . . . .	156
5.5	Aberration . . . . .	157
5.5.1	Expression théorique . . . . .	157

5.5.2	Distorsion de la sphère céleste . . . . .	161
5.5.3	Vérifications expérimentales . . . . .	161
5.6	Images des objets en mouvement . . . . .	163
5.6.1	Image et position instantanée . . . . .	163
5.6.2	Rotation apparente . . . . .	164
5.6.3	Image d'une sphère . . . . .	166
5.6.4	Mouvements superluminiques . . . . .	169
<b>6</b>	<b>Groupe de Lorentz</b> . . . . .	<b>173</b>
6.1	Transformations de Lorentz . . . . .	174
6.1.1	Définition et caractérisation . . . . .	174
6.1.2	Groupe de Lorentz . . . . .	175
6.1.3	Propriétés des transformations de Lorentz . . . . .	176
6.2	Sous-groupes de $O(3,1)$ . . . . .	178
6.2.1	Groupe de Lorentz propre $SO(3,1)$ . . . . .	178
6.2.2	Transformations de Lorentz orthochrones . . . . .	178
6.2.3	Transformations de Lorentz restreintes . . . . .	180
6.2.4	Réduction du groupe de Lorentz à $SO_o(3,1)$ . . . . .	180
6.3	Classification des transformations de Lorentz restreintes . . . . .	182
6.3.1	Direction lumière invariante . . . . .	182
6.3.2	Décomposition à partir d'une direction lumière invariante . . . . .	183
6.3.3	Rotations spatiales . . . . .	187
6.3.4	Transformations de Lorentz spéciales . . . . .	189
6.3.5	Rotations lumière . . . . .	191
6.3.6	Quadri-vis . . . . .	193
6.3.7	Vecteurs propres d'une transformation de Lorentz restreinte . . . . .	194
6.3.8	Bilan . . . . .	195
6.4	Décomposition polaire . . . . .	197
6.4.1	Énoncé et démonstration . . . . .	197
6.4.2	Formes explicites . . . . .	199
6.5	Compléments sur les transformations de Lorentz spéciales . . . . .	200
6.5.1	Interprétation cinématique . . . . .	200
6.5.2	Expression dans une base générale . . . . .	203
6.5.3	Rapidité . . . . .	204
6.5.4	Valeurs propres . . . . .	207
6.6	Composition des transformations spéciales et rotation de Thomas . . . . .	208
6.6.1	Transformations de même plan . . . . .	209
6.6.2	Rotation de Thomas . . . . .	211
6.6.3	Expressions de l'angle de la rotation de Thomas . . . . .	216
6.6.4	Bilan . . . . .	220

<b>7</b>	<b>Le groupe de Lorentz en tant que groupe de Lie</b>	<b>223</b>
7.1	Structure de groupe de Lie . . . . .	223
7.1.1	Définition . . . . .	223
7.1.2	Dimension de $O(3,1)$ . . . . .	224
7.1.3	Topologie de $SO_o(3,1)$ et $O(3,1)$ . . . . .	225
7.2	Générateurs et algèbre de Lie . . . . .	226
7.2.1	Transformations de Lorentz infinitésimales . . . . .	226
7.2.2	Structure d'algèbre de Lie . . . . .	227
7.2.3	Générateurs . . . . .	229
7.2.4	Lien avec la variation du référentiel local d'un observateur . . . . .	232
7.3	Réduction de $O(3,1)$ à son algèbre de Lie . . . . .	233
7.3.1	Application exponentielle . . . . .	233
7.3.2	Génération des transformations de Lorentz spéciales . . . . .	235
7.3.3	Génération des rotations spatiales . . . . .	238
7.3.4	Constantes de structure . . . . .	239
7.4	Liens entre le groupe de Lorentz et $SL(2,C)$ . . . . .	242
7.4.1	L'application spineur . . . . .	242
7.4.2	L'application spineur de $SU(2)$ vers $SO(3)$ . . . . .	247
7.4.3	L'application spineur et les transformations de Lorentz spéciales . . . . .	250
7.4.4	Revêtement de $SO_o(3,1)$ par $SL(2,C)$ . . . . .	251
7.4.5	Existence de vecteurs propres lumière . . . . .	253
7.4.6	Algèbre de Lie de $SL(2,C)$ . . . . .	254
7.4.7	Application exponentielle sur $sl(2,C)$ . . . . .	257
<b>8</b>	<b>Observateurs inertiels</b>	<b>259</b>
8.1	Caractérisation des observateurs inertiels . . . . .	259
8.1.1	Définition . . . . .	259
8.1.2	Ligne d'univers . . . . .	260
8.1.3	Globalité de l'espace local de repos . . . . .	261
8.1.4	Réseau rigide d'observateurs inertiels . . . . .	262
8.2	Groupe de Poincaré . . . . .	263
8.2.1	Changement de coordonnées inertielles . . . . .	263
8.2.2	Transformations de Poincaré actives . . . . .	265
8.2.3	Structure de groupe . . . . .	266
8.2.4	Le groupe de Poincaré en tant que groupe de Lie . . . . .	268
<b>9</b>	<b>Énergie et impulsion</b>	<b>273</b>
9.1	Quadri-impulsion, masse et énergie . . . . .	273
9.1.1	Quadri-impulsion et masse d'une particule . . . . .	273
9.1.2	Énergie et impulsion relatives à un observateur . . . . .	275
9.1.3	Cas d'une particule massive . . . . .	278
9.1.4	Énergie et impulsion d'un photon . . . . .	282

9.1.5	Relation entre $P$ , $E$ et la vitesse relative . . . . .	283
9.1.6	Composantes de la 4-impulsion . . . . .	284
9.2	Conservation de la 4-impulsion . . . . .	285
9.2.1	4-impulsion totale d'un système de particules . . . . .	285
9.2.2	Système isolé et collisions entre particules . . . . .	287
9.2.3	Principe de conservation de la 4-impulsion . . . . .	288
9.2.4	Application à une particule isolée : loi d'inertie . . . . .	289
9.2.5	4-impulsion totale d'un système isolé . . . . .	291
9.2.6	Énergie et impulsion d'un système . . . . .	294
9.2.7	Application : effet Doppler . . . . .	295
9.3	Collisions de particules . . . . .	296
9.3.1	Interactions localisées . . . . .	296
9.3.2	Collision entre deux particules . . . . .	297
9.3.3	Collision élastique . . . . .	298
9.3.4	Effet Compton . . . . .	303
9.3.5	Diffusion Compton inverse . . . . .	305
9.3.6	Collisions inélastiques . . . . .	308
9.4	Quadriforce . . . . .	313
9.4.1	Définition . . . . .	313
9.4.2	Décomposition orthogonale de la 4-force . . . . .	314
9.4.3	Force mesurée par un observateur . . . . .	315
9.4.4	Version relativiste de la relation fondamentale de la dynamique . . . . .	317
9.4.5	Évolution de l'énergie . . . . .	318
9.4.6	Expression de la 4-force . . . . .	318
<b>10</b>	<b>Moment cinétique</b> . . . . .	<b>321</b>
10.1	Moment cinétique d'une particule . . . . .	321
10.1.1	Définition . . . . .	321
10.1.2	Vecteur moment cinétique relatif à un observateur . . . . .	322
10.1.3	Composantes du moment cinétique . . . . .	324
10.2	Moment cinétique d'un système . . . . .	325
10.2.1	Définition . . . . .	325
10.2.2	Changement d'origine . . . . .	326
10.2.3	Vecteur moment cinétique d'un système par rapport à un observateur . . . . .	326
10.3	Conservation du moment cinétique . . . . .	328
10.3.1	Loi de conservation . . . . .	328
10.3.2	Moment cinétique d'un système isolé . . . . .	329
10.3.3	Conservation du vecteur moment cinétique relatif à un observateur inertiel . . . . .	329
10.4	Centre d'inertie et spin . . . . .	330
10.4.1	Centroïde d'un système . . . . .	330
10.4.2	Centre d'inertie d'un système isolé . . . . .	331

10.4.3	Spin d'un système isolé . . . . .	334
10.4.4	Théorème de König . . . . .	335
10.4.5	Taille minimale d'un système avec spin . . . . .	336
10.5	Évolution du moment cinétique . . . . .	339
10.5.1	Quadricouple . . . . .	339
10.5.2	Loi d'évolution du vecteur moment cinétique . . . . .	340
10.6	Particule avec spin . . . . .	342
10.6.1	Définition . . . . .	342
10.6.2	Loi d'évolution du spin . . . . .	345
10.6.3	Gyroscope libre . . . . .	346
10.6.4	Équation BMT . . . . .	347
<b>11</b>	<b>Principe de moindre action</b>	<b>349</b>
11.1	Principe de moindre action pour une particule . . . . .	349
11.1.1	Rappels de mécanique lagrangienne non-relativiste . . . . .	349
11.1.2	Généralisation relativiste . . . . .	350
11.1.3	Lagrangien et action d'une particule . . . . .	351
11.1.4	Principe de moindre action . . . . .	352
11.1.5	Action d'une particule libre . . . . .	354
11.1.6	Particule dans un champ vectoriel . . . . .	356
11.1.7	Autres exemples de lagrangien . . . . .	358
11.2	Théorème de Noether . . . . .	359
11.2.1	Théorème de Noether pour une particule . . . . .	360
11.2.2	Application à une particule libre . . . . .	361
11.3	Formulation hamiltonienne . . . . .	364
11.3.1	Rappels de mécanique hamiltonienne non-relativiste . . . . .	364
11.3.2	Quadri-impulsion généralisée d'une particule relativiste . . . . .	368
11.3.3	Hamiltonien d'une particule relativiste . . . . .	369
11.4	Systèmes de plusieurs particules . . . . .	372
11.4.1	Principe de moindre action . . . . .	373
11.4.2	Formulation hamiltonienne . . . . .	376
<b>12</b>	<b>Observateurs accélérés</b>	<b>379</b>
12.1	Observateur uniformément accéléré . . . . .	379
12.1.1	Définition . . . . .	379
12.1.2	Ligne d'univers . . . . .	380
12.1.3	Changement d'observateur inertiel de référence . . . . .	383
12.1.4	Mouvement perçu par l'observateur inertiel . . . . .	386
12.1.5	Espaces locaux de repos . . . . .	387
12.1.6	Horizon de Rindler . . . . .	388
12.1.7	Référentiel de l'observateur uniformément accéléré . . . . .	390
12.2	Écart entre l'espace local et l'hypersurface de simultanéité . . . . .	394
12.2.1	Cas d'un observateur quelconque . . . . .	395
12.2.2	Cas d'un observateur uniformément accéléré . . . . .	397
12.3	Physique dans un référentiel accéléré . . . . .	398

12.3.1	Synchronisation des horloges . . . . .	398
12.3.2	4-accélération des observateurs comobiles . . . . .	401
12.3.3	Règle rigide en mouvement accéléré . . . . .	402
12.3.4	Trajectoires des photons . . . . .	406
12.3.5	Décalage spectral . . . . .	406
12.3.6	Mouvement des particules libres . . . . .	409
12.4	Précession de Thomas . . . . .	412
12.4.1	Dérivation . . . . .	412
12.4.2	Application à un gyroscope . . . . .	418
12.4.3	Gyroscope en orbite circulaire . . . . .	419
12.4.4	Équation de Thomas . . . . .	420
<b>13</b>	<b>Observateurs en rotation</b> . . . . .	<b>425</b>
13.1	Vitesse de rotation . . . . .	425
13.1.1	Réalisation physique d'un observateur sans rotation . . . . .	426
13.1.2	Mesure de la vitesse de rotation . . . . .	427
13.2	Disque tournant . . . . .	427
13.2.1	Observateur en rotation uniforme . . . . .	427
13.2.2	Observateurs cotournants . . . . .	429
13.2.3	4-accélération et 4-rotation de l'observateur cotournant . . . . .	431
13.2.4	Simultanéité pour un observateur cotournant . . . . .	434
13.3	Désynchronisation des horloges . . . . .	438
13.3.1	Introduction . . . . .	438
13.3.2	Synchronisation locale . . . . .	438
13.3.3	Impossibilité d'une synchronisation globale . . . . .	440
13.3.4	Transport d'une horloge sur le disque tournant . . . . .	444
13.3.5	Mesures expérimentales de la désynchronisation . . . . .	448
13.4	Paradoxe d'Ehrenfest . . . . .	450
13.4.1	Circonférence du disque tournant . . . . .	450
13.4.2	Rayon du disque . . . . .	451
13.4.3	Le « paradoxe » . . . . .	452
13.4.4	Mise en rotation du disque . . . . .	453
13.5	Effet Sagnac . . . . .	456
13.5.1	Délai Sagnac . . . . .	456
13.5.2	Dérivation alternative . . . . .	460
13.5.3	Temps propre de parcours de chaque signal . . . . .	461
13.5.4	Interféromètre de Sagnac optique . . . . .	462
13.5.5	Interféromètre de Sagnac à ondes de matière . . . . .	466
13.5.6	Application : gyromètres . . . . .	467
<b>14</b>	<b>Les tenseurs en toute généralité</b> . . . . .	<b>471</b>
14.1	Tenseurs : définition et exemples . . . . .	472
14.1.1	Définition . . . . .	472
14.1.2	Tenseurs déjà rencontrés . . . . .	472
14.2	Opérations sur les tenseurs . . . . .	473

14.2.1	Produit tensoriel . . . . .	473
14.2.2	Composantes dans une base vectorielle . . . . .	474
14.2.3	Changement de base . . . . .	475
14.2.4	Composantes et dualité métrique . . . . .	477
14.2.5	Contraction . . . . .	477
14.3	Formes alternées . . . . .	478
14.3.1	Définition et exemples . . . . .	478
14.3.2	Produit extérieur . . . . .	480
14.3.3	Base de l'espace des $p$ -formes . . . . .	481
14.3.4	Composantes du tenseur de Levi-Civita . . . . .	482
14.4	Dualité de Hodge . . . . .	484
14.4.1	Tenseurs associés au tenseur de Levi-Civita . . . . .	484
14.4.2	Étoile de Hodge . . . . .	487
14.4.3	Étoile de Hodge et produit extérieur . . . . .	489
14.4.4	Décomposition orthogonale des 2-formes . . . . .	489
<b>15</b>	<b>Champs sur l'espace-temps</b>	<b>491</b>
15.1	Coordonnées quelconques sur l'espace-temps . . . . .	491
15.1.1	Système de coordonnées . . . . .	491
15.1.2	Base naturelle . . . . .	492
15.1.3	Composantes du tenseur métrique . . . . .	494
15.2	Champs tensoriels . . . . .	498
15.2.1	Définitions . . . . .	498
15.2.2	Champ scalaire et gradient . . . . .	499
15.2.3	Gradients des coordonnées . . . . .	499
15.3	Dérivation covariante . . . . .	500
15.3.1	Dérivée covariante d'un vecteur . . . . .	500
15.3.2	Généralisation à tous les tenseurs . . . . .	501
15.3.3	Coefficients de connexion . . . . .	503
15.3.4	Symboles de Christoffel . . . . .	504
15.3.5	Divergence d'un champ vectoriel . . . . .	506
15.3.6	Divergence d'un champ tensoriel . . . . .	507
15.4	Formes différentielles . . . . .	508
15.4.1	Définition . . . . .	508
15.4.2	Dérivée extérieure . . . . .	508
15.4.3	Propriétés de la dérivation extérieure . . . . .	511
15.4.4	Décomposition sur un système de coordonnées . . . . .	512
15.4.5	Dérivée extérieure d'une 3-forme et divergence d'un champ vectoriel . . . . .	513
<b>16</b>	<b>Intégration dans l'espace-temps</b>	<b>515</b>
16.1	Intégration sur un volume quadridimensionnel . . . . .	515
16.1.1	Élément de volume . . . . .	515
16.1.2	Quadrivolume d'une partie de l'espace-temps . . . . .	516
16.1.3	Intégrale d'une 4-forme différentielle . . . . .	517

16.2	Sous-variétés de $\mathcal{E}$ . . . . .	518
16.2.1	Définition d'une sous-variété . . . . .	518
16.2.2	Sous-variétés à bord . . . . .	520
16.2.3	Orientation d'une sous-variété . . . . .	521
16.3	Intégration sur une sous-variété de $\mathcal{E}$ . . . . .	521
16.3.1	Intégrale d'une forme différentielle quelconque . . . . .	521
16.3.2	Élément de volume d'une hypersurface . . . . .	524
16.3.3	Élément d'aire d'une surface . . . . .	526
16.3.4	Élément de longueur d'une courbe . . . . .	528
16.3.5	Intégrale d'un champ scalaire sur une sous-variété . . . . .	529
16.3.6	Intégrale d'un champ tensoriel . . . . .	530
16.3.7	Intégrales de flux . . . . .	530
16.4	Théorème de Stokes . . . . .	531
16.4.1	Énoncé et exemples . . . . .	531
16.4.2	Applications . . . . .	533
<b>17</b>	<b>Champ électromagnétique</b> . . . . .	<b>537</b>
17.1	Tenseur champ électromagnétique . . . . .	537
17.1.1	Champ électromagnétique et 4-force de Lorentz . . . . .	537
17.1.2	Le champ électromagnétique comme 2-forme . . . . .	539
17.1.3	Champ électrique et champ magnétique . . . . .	539
17.1.4	Force de Lorentz relative à un observateur . . . . .	541
17.1.5	Dual métrique et dual de Hodge . . . . .	542
17.2	Changement d'observateur . . . . .	544
17.2.1	Loi de transformation des champs électrique et magnétique . . . . .	544
17.2.2	Invariants du champ électromagnétique . . . . .	547
17.2.3	Réduction à des champs électrique et magnétique parallèles . . . . .	549
17.2.4	Champ créé par une charge en translation . . . . .	551
17.3	Particule dans un champ électromagnétique . . . . .	554
17.3.1	Champ électromagnétique uniforme : cas général . . . . .	555
17.3.2	Champs électrique et magnétique orthogonaux . . . . .	561
17.3.3	Cas $I_2 = 0$ et $I_1 > 0$ (filtre de Wien) . . . . .	562
17.3.4	Cas $I_2 = 0$ et $I_1 = 0$ (champ électromagnétique du genre lumière) . . . . .	565
17.3.5	Cas $I_2 = 0$ et $I_1 < 0$ (champ à dominante électrique) . . . . .	567
17.4	Application : accélérateurs de particules . . . . .	569
17.4.1	Accélération par un champ électrique . . . . .	569
17.4.2	Accélérateurs linéaires . . . . .	569
17.4.3	Cyclotrons . . . . .	570
17.4.4	Synchrotrons . . . . .	572
17.4.5	Anneaux de stockage . . . . .	575

<b>18 Équations de Maxwell</b>	<b>577</b>
18.1 Quadricourant électrique . . . . .	578
18.1.1 Vecteur quadricourant électrique . . . . .	578
18.1.2 Intensité électrique . . . . .	580
18.1.3 Densité de charge et densité de courant . . . . .	583
18.1.4 Quadricourant d'un milieu continu . . . . .	583
18.2 Équations de Maxwell . . . . .	584
18.2.1 Énoncé . . . . .	584
18.2.2 Formes alternatives . . . . .	585
18.2.3 Expression en terme des champs électrique et magnétique . . . . .	586
18.3 Conservation de la charge électrique . . . . .	589
18.3.1 Déduction à partir des équations de Maxwell . . . . .	589
18.3.2 Expression en fonction des densités de charge et de courant . . . . .	592
18.3.3 Théorème de Gauss . . . . .	592
18.4 Résolution des équations de Maxwell . . . . .	594
18.4.1 Quadripotentiel . . . . .	594
18.4.2 Potentiels électrique et magnétique . . . . .	595
18.4.3 Choix de jauge . . . . .	597
18.4.4 Ondes électromagnétiques . . . . .	598
18.4.5 Solution pour le 4-potentiel en jauge de Lorenz . . . . .	598
18.5 Champ créé par une charge en mouvement . . . . .	602
18.5.1 4-potentiel de Liénard-Wiechert . . . . .	602
18.5.2 Champ électromagnétique . . . . .	606
18.5.3 Champs électrique et magnétique . . . . .	608
18.5.4 Charge en mouvement inertiel . . . . .	609
18.5.5 Partie radiative . . . . .	611
18.6 Principe de moindre action . . . . .	613
18.6.1 Principe de moindre action en théorie classique des champs . . . . .	613
18.6.2 Cas du champ électromagnétique . . . . .	617
<b>19 Tenseur énergie-impulsion</b>	<b>619</b>
19.1 Tenseur énergie-impulsion . . . . .	619
19.1.1 Définition . . . . .	619
19.1.2 Interprétation . . . . .	622
19.1.3 Symétrie du tenseur énergie-impulsion . . . . .	624
19.2 Conservation de l'énergie-impulsion . . . . .	626
19.2.1 Énoncé . . . . .	626
19.2.2 Version locale . . . . .	627
19.2.3 Densité de quadriforce . . . . .	628
19.2.4 Conservation de l'énergie et de l'impulsion par rapport à un observateur . . . . .	630

19.3	Moment cinétique . . . . .	631
19.3.1	Définition . . . . .	631
19.3.2	Conservation du moment cinétique . . . . .	631
<b>20</b>	<b>Énergie-impulsion du champ électromagnétique</b>	<b>633</b>
20.1	Tenseur énergie-impulsion du champ électromagnétique . . . . .	634
20.1.1	Introduction . . . . .	634
20.1.2	Quantités relatives à un observateur . . . . .	636
20.2	Rayonnement d'une charge accélérée . . . . .	637
20.2.1	Tenseur énergie-impulsion électromagnétique . . . . .	637
20.2.2	Énergie rayonnée . . . . .	638
20.2.3	Quadri-impulsion rayonnée . . . . .	640
20.2.4	Distribution angulaire du rayonnement . . . . .	643
20.3	Rayonnement synchrotron . . . . .	648
20.3.1	Introduction . . . . .	648
20.3.2	Spectre du rayonnement synchrotron . . . . .	650
20.3.3	Applications . . . . .	651
<b>21</b>	<b>Hydrodynamique relativiste</b>	<b>655</b>
21.1	Le modèle du fluide parfait . . . . .	656
21.1.1	Tenseur énergie-impulsion . . . . .	656
21.1.2	Quantités relatives à un observateur quelconque . . . . .	658
21.1.3	Fluide sans pression (poussière) . . . . .	659
21.1.4	Équation d'état et relations thermodynamiques . . . . .	660
21.2	Conservation du nombre baryonique . . . . .	664
21.2.1	Quadricourant baryonique . . . . .	664
21.2.2	Principe de conservation du nombre baryonique . . . . .	665
21.2.3	Expression par rapport à un observateur inertiel . . . . .	667
21.3	Conservation de l'énergie et de l'impulsion . . . . .	667
21.3.1	Introduction . . . . .	667
21.3.2	Projection sur la 4-vitesse du fluide . . . . .	668
21.3.3	Partie orthogonale à la 4-vitesse du fluide . . . . .	669
21.3.4	Évolution de l'énergie relative à un observateur . . . . .	670
21.3.5	Équation d'Euler relativiste . . . . .	671
21.3.6	L'hydrodynamique relativiste comme un système de lois de conservation . . . . .	672
21.3.7	Vitesse du son . . . . .	673
21.4	Formulation basée sur le calcul extérieur . . . . .	674
21.4.1	Équation du mouvement . . . . .	674
21.4.2	Vorticité d'un fluide simple . . . . .	676
21.4.3	Forme canonique de l'équation du mouvement . . . . .	677
21.4.4	Limite non-relativiste : équation de Crocco . . . . .	679
21.5	Lois de conservation . . . . .	680
21.5.1	Théorème de Bernoulli . . . . .	680
21.5.2	Écoulement irrotationnel . . . . .	682

21.5.3	Théorème de Kelvin . . . . .	684
21.6	Applications . . . . .	687
21.6.1	Astrophysique : jets et sursauts gamma . . . . .	687
21.6.2	Plasma quark-gluon dans les collisionneurs . . . . .	689
21.7	Pour aller plus loin... . . . . .	696
<b>22</b>	<b>Et la gravitation ?</b>	<b>697</b>
22.1	Gravitation dans l'espace-temps de Minkowski . . . . .	697
22.1.1	Théorie scalaire de Nordström . . . . .	698
22.1.2	Incompatibilité avec les observations . . . . .	704
22.1.3	Théorie vectorielle . . . . .	706
22.1.4	Théorie tensorielle . . . . .	708
22.2	Principe d'équivalence . . . . .	709
22.2.1	Énoncé . . . . .	709
22.2.2	Effet Einstein et incompatibilité avec la métrique de Minkowski . . . . .	710
22.2.3	Vérifications expérimentales de l'effet Einstein . . . . .	712
22.2.4	Déviations des rayons lumineux . . . . .	714
22.3	La relativité générale . . . . .	715
<b>Annexe A</b>	<b>: Rappels d'algèbre</b>	<b>719</b>
A.1	Structures de base . . . . .	719
A.1.1	Groupe . . . . .	719
A.1.2	Corps . . . . .	720
A.2	Algèbre linéaire . . . . .	721
A.2.1	Espace vectoriel . . . . .	721
A.2.2	Algèbre . . . . .	722
<b>Annexe B</b>	<b>: Sites web</b>	<b>723</b>
<b>Annexe C</b>	<b>: Livres de relativité restreinte</b>	<b>725</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>727</b>
<b>Index des notations</b>		<b>755</b>
<b>Index</b>		<b>759</b>