

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	v
I Mesure et intégrale	1
I.1 Mesure	1
I.2 Intégrale des fonctions positives	7
I.3 Fonctions intégrables	13
II Mesure de Lebesgue	23
II.1 Un théorème de prolongement	23
II.2 Mesure de Lebesgue sur \mathbb{R}	29
II.3 Intégrales au sens de Riemann et au sens de Lebesgue	35
III Espaces L^p	41
III.1 Inégalités de Hölder et de Minkowski, espaces \mathcal{L}^p	41
III.2 Espaces L^p , théorème de Riesz-Fischer	44
III.3 L'espace de Hilbert L^2	49
IV Intégration sur un espace produit	55
IV.1 Produit de deux espaces mesurés	55
IV.2 Intégration sur un espace produit	57
V Intégration sur \mathbb{R}^n	65
V.1 Mesure de Lebesgue sur \mathbb{R}^n	65
V.2 Mesure superficielle sur la sphère	67
V.3 La formule de changement de variables	70
VI Mesures de Lebesgue-Stieltjes	81
VI.1 Intégrale de Riemann-Stieltjes	81

VI.2	Mesures de Lebesgue-Stieltjes	83
VI.3	Théorème de Riesz	84
VI.4	Convergence des mesures	88
VII	Fonctions définies par des intégrales	93
VII.1	Continuité, dérivabilité, analyticité	93
VII.2	Intégrales semi-convergentes	97
VII.3	Intégrales de Laplace	102
VII.4	Intégrales de Fourier	105
VIII	Convolution	113
VIII.1	Convolution et invariance par translation. Exemples	113
VIII.2	Convolution et espaces $\mathcal{L}^p(\mathbb{R})$	116
VIII.3	Approximation de l'identité et régularisation	121
VIII.4	Convolution des mesures bornées	125
IX	Transformation de Fourier	129
IX.1	Transformées de Fourier des fonctions intégrables	130
IX.2	Transformées de Fourier des fonctions de carré intégrable . . .	136
IX.3	Transformées de Fourier des mesures bornées	138
X	Séries de Fourier	147
X.1	Coefficients de Fourier	148
X.2	Convergence en moyenne quadratique	149
X.3	Convergence uniforme	152
X.4	Convergence ponctuelle	154
X.5	Convergence au sens de Cesaro	156
XI	Applications et compléments	163
XI.1	Polynômes orthogonaux	163
XI.2	Équation de la chaleur	173
XI.3	Problème de l'isopérimètre	178
XI.4	Phénomène de Gibbs	180
XI.5	La série de Fourier d'une fonction continue converge-t-elle? . .	182
XI.6	Jeu de pile ou face et mesure de Lebesgue	184
XI.7	Théorème de la limite centrale	188
	Bibliographie	193
	Index	195