

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Préface</b>	<b>v</b>
<b>I Théorie de la mesure</b>	<b>1</b>
I.1 Algèbre, tribu . . . . .	1
I.2 Ensembles de fonctions mesurables . . . . .	6
I.3 Classes monotones . . . . .	9
I.4 Mesures . . . . .	13
<b>II Intégration</b>	<b>23</b>
II.1 Intégrale de fonctions positives . . . . .	23
II.2 Intégrale de fonctions quelconques et théorèmes de convergence	25
II.3 Théorème de Radon-Nikodym . . . . .	30
II.4 Intégration par rapport à une mesure image . . . . .	32
II.5 Théorèmes de Fubini-Tonelli . . . . .	35
II.6 Espaces $L^p$ . . . . .	36
<b>III Mesures de probabilité</b>	<b>41</b>
III.1 Définition et exemples . . . . .	41
III.2 Fonctions de répartition . . . . .	45
III.3 Vecteurs aléatoires . . . . .	50
III.4 Moyennes et inégalités . . . . .	52
III.5 Fonctions caractéristiques . . . . .	61
<b>IV Indépendance</b>	<b>73</b>
IV.1 Indépendance . . . . .	73
IV.2 Sommes de variables aléatoires indépendantes . . . . .	84
IV.3 Applications de l'indépendance . . . . .	90
IV.4 Vecteurs aléatoires gaussiens et lois gaussiennes . . . . .	98

<b>V</b>	<b>Convergence de suites de variables aléatoires</b>	<b>109</b>
V.1	Convergence presque sûre . . . . .	109
V.2	Convergence en probabilité . . . . .	113
V.3	Convergence dans $L^p$ . . . . .	117
V.4	Convergence en loi . . . . .	121
V.5	Les lois faible et forte des grands nombres, le théorème limite central . . . . .	131
<b>VI</b>	<b>Probabilités et espérances conditionnelles</b>	<b>149</b>
VI.1	Conditionnement discret . . . . .	150
VI.2	Conditionnement (général) . . . . .	156
VI.3	Lois conditionnelles . . . . .	159
VI.4	Espérances conditionnelles dans les espaces gaussiens . . . . .	164
<b>VII</b>	<b>Martingales (à temps discret)</b>	<b>173</b>
VII.1	Généralités . . . . .	173
VII.2	Théorèmes de convergence . . . . .	182
VII.3	Application à la loi des grands nombres . . . . .	186
<b>VIII</b>	<b>Chaînes de Markov (à espace d'états dénombrable)</b>	<b>193</b>
VIII.1	La propriété de Markov . . . . .	193
VIII.2	Calcul des lois marginales . . . . .	200
VIII.3	Généralisation de la propriété de Markov . . . . .	201
VIII.4	Comportement asymptotique. Mesures invariantes . . . . .	204
VIII.5	Réurrence et transience . . . . .	210
VIII.6	Comportement asymptotique d'une chaîne de Markov . . . . .	220
	<b>Bibliographie</b>	<b>227</b>
	<b>Appendice : Lois de probabilités usuelles</b>	<b>229</b>
	<b>Index terminologique</b>	<b>237</b>
	<b>Index des notations</b>	<b>241</b>