

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	vii
1. Introduction	1
1.1. Analyse spectrale sur les tores.....	1
1.2. Le plan hyperbolique.....	5
1.3. Surfaces hyperboliques.....	11
1.4. Description des principaux résultats.....	17
1.5. Notations.....	25
1.6. Commentaires et références.....	25
2. Surfaces hyperboliques arithmétiques	27
2.1. Espaces de réseaux.....	27
2.2. Algèbres de quaternions et groupes arithmétiques.....	31
2.3. Surfaces hyperboliques arithmétiques.....	40
2.4. Commentaires et références.....	46
3. Décomposition spectrale	49
3.1. Le laplacien.....	49
3.2. Fonctions propres du laplacien sur \mathcal{H}	52
3.3. Opérateurs intégraux invariants sur \mathcal{H}	56
3.4. Transformée de Selberg.....	59
3.5. Une famille d'exemples : le noyau de la chaleur.....	62
3.6. Le laplacien sur $\Gamma \backslash \mathcal{H}$	65
3.7. Opérateurs intégraux sur $\Gamma \backslash \mathcal{H}$	67
3.8. Rappels d'analyse fonctionnelle.....	75
3.9. Démonstration du théorème spectral.....	76
3.10. Le principe du minimax.....	82
3.11. Commentaires et références.....	87

4. Formes de Maaß	89
4.1. Séries d'Eisenstein pour $SL(2, \mathbf{Z})$	89
4.2. Séries d'Eisenstein et spectre du laplacien.....	95
4.3. Existence de formes paraboliques.....	111
4.4. Périodes hyperboliques des séries d'Eisenstein.....	114
4.5. Construction explicite de formes de Maaß.....	125
4.6. Commentaires et références.....	131
5. Formules des traces	135
5.1. La formule des traces de Selberg I : cadre général.....	135
5.2. La formule des traces de Selberg II : cas des surfaces compactes.....	139
5.3. La formule des traces de Selberg III : le cas de $SL(2, \mathbf{Z})$	146
5.4. Applications.....	160
5.5. Commentaires et références.....	167
6. Multiplicité de λ_1 et conjecture de Selberg	171
6.1. Comptage de points dans les réseaux arithmétiques.....	171
6.2. Multiplicité de la première valeur propre.....	174
6.3. Représentations du groupe $PSL(2, \mathbf{Z}/p\mathbf{Z})$	182
6.4. Minoration de la première valeur propre.....	187
6.5. Commentaires et références.....	188
7. Fonctions L et conjecture de Selberg	189
7.1. Fonction L attachée à une forme de Maaß.....	190
7.2. Opérateurs de Hecke et applications.....	192
7.3. Caractères de Dirichlet et formes de Maaß tordues.....	204
7.4. Fonctions L de Rankin-Selberg.....	212
7.5. Théorème de Luo-Rudnick-Sarnak.....	225
7.6. Borne sur les coefficients de Fourier.....	232
7.7. Commentaires et références.....	234
8. Correspondance de Jacquet-Langlands	237
8.1. Arithmétique des algèbres de quaternions.....	237
8.2. Plongements optimaux de corps quadratiques.....	243
8.3. Les formules de traces.....	251
8.4. Correspondance de Jacquet-Langlands et applications.....	255
8.5. Commentaires et références.....	261
9. Unique ergodicité quantique arithmétique	263
9.1. Quantification du flot géodésique.....	263
9.2. Relèvement microlocal.....	269
9.3. Premiers liens avec la théorie ergodique.....	276
9.4. Multiplication par 2 et 3 sur le cercle.....	278
9.5. Opérateurs de Hecke et théorème de Lindenstrauss.....	288
9.6. Utilisation des opérateurs de Hecke.....	293
9.7. Commentaires et références.....	304

Appendices

A. Trois systèmes de coordonnées pour \mathcal{H}.....	307
B. Fonction Gamma et fonctions de Bessel.....	309
Fonction Gamma.....	309
Fonctions de Bessel.....	310
C. Estimation élémentaire des sommes de Kloosterman multiples <i>par Valentin Blomer & Farrell Brumley.....</i>	313
Bibliographie.....	319
Index des notations.....	331
Index terminologique.....	333
Index des noms cités.....	337