

# Table des matières

Préface	xv
Avant-propos	xix
Tableau des symboles utilisés	xxi
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 L'ordre cristallin	1
1.2 Ordre à l'échelle macroscopique	3
1.3 Ordre à l'échelle microscopique	4
1.4 Hypothèses de base de la cristallographie géométrique	6
1.5 Anisotropie des propriétés physiques	7
1.6 Remarques	8
<b>2 Opérations de symétrie</b>	<b>9</b>
2.1 Isométries	9
2.2 Opérations de symétrie. Éléments de symétrie	10
2.2.1 Rotations et axes d'ordre $n$	10
2.2.2 Roto-inversions et axes de roto-inversion d'ordre $n$ notés axes $\bar{n}$	11
2.2.3 Translations	12
2.2.4 Axes hélicoïdaux et miroirs avec glissement	13
2.2.5 Remarque	14
2.3 Introduction aux groupes de symétrie	14
2.4 Exercices	17
<b>3 Les réseaux cristallins</b>	<b>19</b>
3.1 Le réseau direct	19
3.1.1 Maille, rangée	19
3.1.2 Plans réticulaires	23
3.1.3 Cellule de Wigner-Seitz	27
3.2 Le réseau réciproque	28
3.2.1 Introduction à partir des phénomènes de diffraction	28
3.2.2 Autre définition du réseau réciproque	30

3.2.3	Propriétés du réseau réciproque . . . . .	31
3.2.4	Calculs cristallographiques . . . . .	33
3.3	Propriétés des réseaux cristallins . . . . .	35
3.3.1	Centres de symétrie . . . . .	35
3.3.2	Axes d'ordre $n$ et $\bar{n}$ compatibles avec l'état cristallin . . . . .	36
3.3.3	Le réseau direct et le réseau réciproque ont les mêmes éléments de symétrie . . . . .	37
3.3.4	Relation géométrique entre les axes de symétrie et le réseau cristallin . . . . .	38
3.3.5	Le réseau est au moins aussi symétrique que le cristal . . . . .	38
3.4	Les systèmes cristallins . . . . .	39
3.4.1	Systèmes cristallins à deux dimensions . . . . .	39
3.4.2	Systèmes cristallins à trois dimensions . . . . .	40
3.5	Quelques exemples de réseau réciproque . . . . .	42
3.5.1	Réseau monoclinique . . . . .	42
3.5.2	Réseaux orthorhombique, quadratique et cubique . . . . .	43
3.6	Réseau hexagonal et réseau rhomboédrique . . . . .	43
3.6.1	Réseau hexagonal . . . . .	43
3.6.2	Réseau rhomboédrique . . . . .	44
3.7	Les réseaux de Bravais . . . . .	46
3.7.1	Nécessité de les introduire . . . . .	46
3.7.2	Les quatorze réseaux de Bravais . . . . .	48
3.7.3	Réseaux réciproques des réseaux non primitifs . . . . .	49
3.8	Réseau cristallin de surface . . . . .	50
3.8.1	Surface de coupure . . . . .	51
3.8.2	Surface réelle . . . . .	52
3.8.3	Notations . . . . .	53
3.8.4	Réseau réciproque . . . . .	54
3.9	Exercices . . . . .	56
<b>Annexe A3 : le tenseur métrique</b>		<b>61</b>
A3.1	Définition . . . . .	61
A3.2	Volume de la maille . . . . .	61
A3.3	Produit des matrices associées aux tenseurs métriques direct et réciproque . . . . .	62
A3.4	Calcul des distances réticulaires . . . . .	63
A3.5	Applications . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Relation entre les groupes d'espace et les groupes ponctuels</b>	<b>65</b>
4.1	Introduction . . . . .	65
4.2	Opérations de symétrie du cristal . . . . .	68
4.2.1	Changement d'origine . . . . .	68
4.2.2	Les opérations $(S, \mathbf{t})$ forment un groupe . . . . .	69

4.2.3	Les translations du réseau forment un sous-groupe invariant du groupe des opérations de symétrie du cristal . . . . .	70
4.3	Groupes d'espace et groupes ponctuels . . . . .	71
4.4	Exercices . . . . .	73
<b>Annexe A4 : généralités sur les groupes</b>		<b>75</b>
<b>5</b>	<b>Groupes ponctuels</b>	<b>79</b>
5.1	Introduction . . . . .	79
5.2	Projection stéréographique . . . . .	80
5.2.1	Définition . . . . .	80
5.2.2	Quelques exemples . . . . .	82
5.2.3	Application aux axes de roto-inversion ou axes $\bar{n}$ . . . . .	84
5.2.4	Famille de directions équivalentes . . . . .	85
5.3	À propos des groupes impropres . . . . .	86
5.3.1	Remarque préliminaire . . . . .	86
5.3.2	Propriétés des groupes impropres . . . . .	86
5.4	Dénombrement des groupes propres . . . . .	87
5.4.1	Préambule . . . . .	87
5.4.2	Groupes contenant uniquement les opérations de symétrie associées à un axe $A_n$ ou groupes cycliques . . . . .	88
5.4.3	Groupes contenant les opérations de symétrie associées à un axe $A_n$ et à un axe $A_2$ qui lui est perpendiculaire ou groupes diédraux . . . . .	89
5.4.4	Groupes propres cubiques . . . . .	89
5.5	Dénombrement des groupes impropres . . . . .	90
5.5.1	Groupes impropres contenant l'inversion . . . . .	90
5.5.2	Groupes impropres ne comportant pas l'inversion . . . . .	93
5.6	Classement des groupes ponctuels . . . . .	97
5.7	Classes de Laue . . . . .	101
5.8	Groupes ponctuels plans . . . . .	102
5.9	Groupes d'isotropie . . . . .	103
5.10	Exercices . . . . .	104
<b>Annexe A5 : compléments sur la projection stéréographique</b>		<b>107</b>
A5.1	Projection stéréographique de la transformée d'une direction donnée par les opérations de symétrie associées à divers éléments de symétrie . . . . .	107
A5.1.1	Axe d'ordre $n$ perpendiculaire au plan de projection . . . . .	107
A5.1.2	Miroir confondu avec le plan équatorial . . . . .	108
A5.1.3	Miroir passant par l'axe NS . . . . .	108

A5.1.4	Axe d'ordre 2 dans le plan équatorial . . . . .	108
A5.2	Projections stéréographiques des éléments de symétrie d'un cube . . . . .	109
A5.2.1	Préambule . . . . .	109
A5.2.2	Groupes cubiques . . . . .	110
<b>6</b>	<b>Les réseaux de Bravais</b>	<b>113</b>
6.1	Introduction . . . . .	113
6.2	Réseaux plans . . . . .	114
6.3	Réseaux à 3 dimensions . . . . .	116
6.3.1	Groupe 1 . . . . .	116
6.3.2	Groupe 2 . . . . .	116
6.3.3	Groupe 3 . . . . .	118
6.3.4	Groupe 4 . . . . .	121
6.3.5	Groupe 222 . . . . .	122
6.3.6	Groupe 23 . . . . .	123
<b>7</b>	<b>Groupes d'espace</b>	<b>125</b>
7.1	Introduction . . . . .	125
7.2	Dénombrement des opérations ( $S$ , $\mathbf{t}$ ) . . . . .	126
7.2.1	$S$ est une rotation – Définition des axes hélicoïdaux . . . . .	127
7.2.2	$S$ est une roto-inversion notée $\bar{S}$ – Définition des miroirs avec glissement . . . . .	130
7.2.3	Produit d'une opération de symétrie et d'une translation . . . . .	132
7.3	Dénombrement des groupes d'espace . . . . .	135
7.3.1	Groupes d'espace symmorphes . . . . .	136
7.3.2	Groupes d'espace non symmorphes . . . . .	138
7.3.3	Tables Internationales de Cristallographie . . . . .	142
7.4	Nomenclature . . . . .	145
7.5	Exemples de groupes d'espace de quelques structures . . . . .	147
7.5.1	Structure de type $\text{TiO}_2$ (rutile) . . . . .	147
7.5.2	Métaux de structure hexagonale compacte . . . . .	149
7.5.3	Structure du diamant . . . . .	150
7.6	Exercices . . . . .	151
<b>8</b>	<b>Liaisons chimiques et structures cristallines</b>	<b>155</b>
8.1	Introduction . . . . .	155
8.2	Liaisons ioniques . . . . .	157
8.2.1	Nature et propriétés . . . . .	157
8.2.2	Énergie de liaison . . . . .	160
8.2.3	Structures ioniques de formule $\text{AX}$ . . . . .	160
8.2.4	Quelques autres structures ioniques . . . . .	163
8.3	Liaisons covalentes . . . . .	164
8.3.1	Nature des liaisons . . . . .	164
8.3.2	Propriété fondamentale . . . . .	165

8.3.3	Exemples . . . . .	166
8.4	Liaisons de Van der Waals ou moléculaires . . . . .	169
8.4.1	Nature et propriétés . . . . .	169
8.4.2	Exemple . . . . .	169
8.5	Liaisons métalliques . . . . .	170
8.5.1	Nature et propriétés . . . . .	170
8.5.2	Exemples . . . . .	171
8.6	Quelques remarques et conclusions . . . . .	172
8.7	Exercices . . . . .	173
<b>9</b>	<b>Anisotropie cristalline et tenseurs</b>	<b>175</b>
9.1	Introduction . . . . .	175
9.2	Milieu continu anisotrope . . . . .	176
9.3	Représentation d'une grandeur physique par un tenseur . . . . .	177
9.3.1	Exemple de la conductivité électrique . . . . .	177
9.3.2	Rappels sur les changements de repère orthonormé . . . . .	179
9.3.3	Application à la conductivité électrique . . . . .	181
9.4	Les tenseurs . . . . .	182
9.4.1	Définition . . . . .	182
9.4.2	Propriété importante . . . . .	183
9.4.3	Tenseurs de champ et tenseurs matériels . . . . .	184
9.5	Propriétés de symétrie des tenseurs . . . . .	185
9.5.1	Symétrie interne – Tenseurs symétriques et antisymétriques . . . . .	185
9.5.2	Symétrie externe des tenseurs matériels – Principes de Curie et de Neumann . . . . .	185
9.6	Réduction du nombre de coefficients indépendants d'un tenseur matériel . . . . .	188
9.6.1	Méthode utilisant la matrice de passage . . . . .	188
9.6.2	Méthode dite d'inspection directe . . . . .	189
9.6.3	Cas particulier de la symétrie centrale ou inversion . . . . .	190
9.7	Exercices . . . . .	191
<b>10</b>	<b>Tenseurs de rang 2</b>	<b>193</b>
10.1	Généralités sur les tenseurs de rang 2 . . . . .	193
10.1.1	Tenseurs symétriques et antisymétriques . . . . .	193
10.1.2	Forme matricielle . . . . .	194
10.1.3	Trace . . . . .	194
10.2	Quadrique représentative d'un tenseur symétrique . . . . .	195
10.2.1	Surface caractéristique du tenseur . . . . .	195
10.2.2	Axes principaux et coefficients principaux . . . . .	195
10.2.3	Forme de la quadrique . . . . .	197
10.3	Propriétés de la quadrique . . . . .	198
10.3.1	Normale à la quadrique . . . . .	198

10.3.2	Longueur du rayon vecteur – signification physique . . .	199
10.3.3	Intensité d'une propriété physique dans une direction donnée . . . . .	200
10.4	Détermination géométrique des axes et coefficients principaux : construction du cercle de Mohr . . . . .	201
10.5	Effet de la symétrie cristalline . . . . .	203
10.5.1	Système triclinique . . . . .	204
10.5.2	Système monoclinique . . . . .	205
10.5.3	Système orthorhombique . . . . .	205
10.5.4	Systèmes uniaxes : quadratique, rhomboédrique et hexagonal . . . . .	205
10.5.5	Système cubique . . . . .	206
10.6	Vecteurs axiaux ou tenseurs antisymétriques de rang 2 . . . .	206
10.6.1	Vecteurs polaires, vecteurs axiaux . . . . .	206
10.6.2	Exemple de vecteur axial : le produit vectoriel . . . .	208
10.7	Exercices . . . . .	211
<b>11</b>	<b>Tenseur des contraintes</b> . . . . .	<b>213</b>
11.1	Introduction . . . . .	213
11.2	Tenseur des contraintes . . . . .	213
11.2.1	Introduction . . . . .	213
11.2.2	Définition . . . . .	215
11.2.3	Contrainte normale et contrainte de cisaillement . . .	217
11.3	Relation fondamentale . . . . .	219
11.4	Symétrie du tenseur des contraintes . . . . .	221
11.5	Exemples de tenseurs des contraintes . . . . .	222
11.5.1	Contrainte uniaxiale . . . . .	222
11.5.2	Cisaillement pur . . . . .	223
11.5.3	Pression hydrostatique . . . . .	224
11.6	Évaluation de l'influence de la force de pesanteur . . . . .	225
11.7	Exercices . . . . .	227
<b>12</b>	<b>Déformation d'un solide</b> . . . . .	<b>229</b>
12.1	Tenseur des gradients de déplacement . . . . .	229
12.1.1	Définition . . . . .	229
12.1.2	Signification physique des composantes $e_{ij}$ . . . . .	231
12.2	Décomposition du tenseur des gradients de déplacement en rotation et déformation . . . . .	232
12.2.1	Introduction par un exemple simple . . . . .	232
12.2.2	Expression du tenseur des gradients de déplacement associé à de petites rotations . . . . .	233
12.2.3	Tenseur des déformations . . . . .	235
12.3	Allongement dans une direction donnée . . . . .	235
12.4	Dilatation volumique . . . . .	236
12.5	Quelques cas particuliers de déformation . . . . .	237

12.5.1	Élongation simple . . . . .	237
12.5.2	Déformation de cisaillement pur . . . . .	237
12.5.3	Déformation de cisaillement simple . . . . .	238
12.6	Dilatation thermique . . . . .	239
12.7	Exercices . . . . .	243
<b>13</b>	<b>Élasticité</b>	<b>247</b>
13.1	Introduction . . . . .	247
13.2	Tenseurs d'élasticité et de rigidité . . . . .	250
13.2.1	Loi de Hooke généralisée . . . . .	250
13.2.2	Symétrie des tenseurs d'élasticité et de rigidité . . . . .	252
13.3	Notation contractée ou notation de Voigt . . . . .	252
13.3.1	Tenseur des contraintes . . . . .	253
13.3.2	Tenseur des déformations . . . . .	253
13.3.3	Tenseur d'élasticité et tenseur de rigidité . . . . .	253
13.3.4	Relation entre les tenseurs d'élasticité et de rigidité . . . . .	256
13.4	Énergie d'un solide déformé . . . . .	257
13.5	Effet de la symétrie cristalline sur la forme du tenseur d'élasticité	260
13.5.1	Centre de symétrie . . . . .	260
13.5.2	Groupes 2, m et 2/m . . . . .	261
13.5.3	Groupes 222, mmm et mm2 . . . . .	263
13.5.4	Groupes 422, 4mm et 4/m mm . . . . .	264
13.5.5	Système cubique . . . . .	264
13.6	Matériaux isotropes . . . . .	266
13.6.1	Expression des coefficients $s_{\alpha\beta}$ en fonction de $E$ et $\nu$ . . . . .	267
13.6.2	Coefficients de rigidité – Coefficients de Lamé . . . . .	268
13.7	Surface représentative du module d'Young . . . . .	268
13.8	Compressibilité . . . . .	269
13.8.1	Compressibilité volumique . . . . .	270
13.8.2	Compressibilité linéaire d'un barreau . . . . .	271
13.9	Remarques concernant les contraintes et déformations non uniformes . . . . .	272
13.10	Exercices . . . . .	274
<b>14</b>	<b>Ondes élastiques dans les cristaux</b>	<b>277</b>
14.1	Introduction . . . . .	277
14.2	Ondes élastiques planes . . . . .	278
14.3	Application à un cristal cubique . . . . .	281
14.3.1	Propagation d'une onde plane le long de la direction [100] . . . . .	282
14.3.2	Propagation le long de la direction [110] . . . . .	282
14.4	Cas d'un solide isotrope . . . . .	284
14.5	Approche microscopique . . . . .	285
14.5.1	Chaîne linéaire d'atomes identiques . . . . .	286

- 14.5.2 Chaîne linéaire contenant deux atomes différents . . . 289
- 14.5.3 Extension au cristal réel . . . . . 292
- 14.6 Exercices . . . . . 294
- 15 Thermodynamique cristalline – Piézoélectricité 295**
- 15.1 Thermodynamique cristalline . . . . . 296
  - 15.1.1 Grandeurs conjuguées . . . . . 296
  - 15.1.2 Variables indépendantes . . . . . 298
  - 15.1.3 Effets principaux – Effets croisés . . . . . 301
  - 15.1.4 Résumé des différents effets . . . . . 303
  - 15.1.5 Représentation condensée de la matrice des propriétés physiques . . . . . 304
- 15.2 Pyroélectricité – Cristaux pyroélectriques . . . . . 305
- 15.3 Piézoélectricité – Cristaux piézoélectriques . . . . . 306
  - 15.3.1 Effet direct et effet inverse . . . . . 306
  - 15.3.2  $d_{ijk}$  est un tenseur de rang 3 – Notation à deux indices 307
  - 15.3.3 Effet de la symétrie cristalline sur la forme du tenseur 309
  - 15.3.4 Surface de piézoélectricité longitudinale . . . . . 312
  - 15.3.5 Autres formes des coefficients piézoélectriques . . . . 314
  - 15.3.6 Applications . . . . . 315
- 15.4 Effets principaux et croisés exprimés dans des conditions différentes . . . . . 316
- 15.5 Exercices . . . . . 319
- 16 Propagation de la lumière dans les cristaux 323**
- 16.1 Équations de Maxwell . . . . . 323
- 16.2 Propagation de la lumière dans un milieu isotrope . . . . . 324
- 16.3 Ondes sinusoïdales solutions des équations de Maxwell . . . . . 325
- 16.4 Onde plane monochromatique dans un milieu anisotrope . . . 327
  - 16.4.1 Équation fondamentale . . . . . 327
  - 16.4.2 Biréfringence . . . . . 328
  - 16.4.3 Surface des indices . . . . . 330
  - 16.4.4 Ellipsoïde des indices . . . . . 332
  - 16.4.5 Détermination des vecteurs induction . . . . . 333
  - 16.4.6 Direction de propagation de l'énergie . . . . . 336
- 16.5 Réfraction d'une onde plane à la surface de séparation entre deux milieux . . . . . 338
  - 16.5.1 Les vecteurs d'onde suivent la loi de Snell-Descartes . 338
  - 16.5.2 Application aux milieux uniaxes . . . . . 340
- 16.6 Conclusion . . . . . 343
- 16.7 Exercices . . . . . 344



<b>Annexe A16 : Surface d’onde et construction d’Huygens</b>	<b>347</b>
A16.1 Surface d’onde . . . . .	347
A16.2 Construction d’Huygens . . . . .	350
<b>17 Polarisation de la lumière par les cristaux</b>	<b>353</b>
17.1 État de polarisation . . . . .	353
17.1.1 Onde polarisée linéairement . . . . .	354
17.1.2 Onde polarisée circulairement . . . . .	354
17.1.3 Onde polarisée elliptiquement . . . . .	355
17.1.4 Lumière naturelle . . . . .	357
17.2 Notation de Jones . . . . .	357
17.3 Polariseurs linéaires . . . . .	358
17.4 Lames déphasantes . . . . .	360
17.4.1 Lames demi-onde . . . . .	362
17.4.2 Lames quart d’onde . . . . .	362
17.5 Exercices . . . . .	363
<b>18 Activité optique ou pouvoir rotatoire</b>	<b>367</b>
18.1 Définition de l’activité optique d’un matériau . . . . .	367
18.2 Interprétation de Fresnel . . . . .	368
18.3 Interprétation par l’influence de l’environnement local . . . . .	370
18.3.1 Effet de la dispersion spatiale . . . . .	370
18.3.2 Propagation des ondes dans un milieu optiquement actif . . . . .	372
18.4 Effet de la symétrie cristalline sur le tenseur de gyration . . . . .	375
18.4.1 Groupes centrosymétriques . . . . .	376
18.4.2 Groupes non centrosymétriques . . . . .	376
18.5 Quelques exemples de cristaux optiquement actifs . . . . .	377
<b>Annexe A18 : tenseurs axiaux ou pseudo-tenseurs</b>	<b>381</b>
A18.1 Définition des tenseurs axiaux ou pseudo-tenseurs . . . . .	381
A18.2 Tenseur de Lévi-Civita ou tenseur des permutations . . . . .	382
A18.3 Le tenseur de gyration $[G]$ est un tenseur axial de rang 2 . . . . .	382
A18.4 Relation entre les tenseurs $[G]$ et $[\beta]$ . . . . .	383
<b>19 Effets électro-optiques et élasto-optiques</b>	<b>385</b>
19.1 Introduction . . . . .	385
19.2 Effets électro-optiques . . . . .	386
19.2.1 Effet linéaire ou effet Pockels . . . . .	387
19.2.2 Applications de l’effet électro-optique linéaire . . . . .	393
19.2.3 Effet quadratique ou effet Kerr électro-optique . . . . .	398
19.3 Effets élasto-optiques . . . . .	402
19.3.1 Définition . . . . .	402

19.3.2	Application aux effets acousto-optiques . . . . .	403
19.4	Exercices . . . . .	408
<b>20</b>	<b>Corrigés des exercices</b>	<b>413</b>
20.1	Chapitre 2 . . . . .	413
20.2	Chapitre 3 . . . . .	415
20.3	Chapitre 4 . . . . .	422
20.4	Chapitre 5 . . . . .	423
20.5	Chapitre 7 . . . . .	428
20.6	Chapitre 8 . . . . .	433
20.7	Chapitre 9 . . . . .	435
20.8	Chapitre 10 . . . . .	437
20.9	Chapitre 11 . . . . .	439
20.10	Chapitre 12 . . . . .	441
20.11	Chapitre 13 . . . . .	448
20.12	Chapitre 14 . . . . .	453
20.13	Chapitre 15 . . . . .	457
20.14	Chapitre 16 . . . . .	465
20.15	Chapitre 17 . . . . .	469
20.16	Chapitre 19 . . . . .	475
	<b>Ouvrages de référence</b>	<b>483</b>
	<b>Index</b>	<b>487</b>