

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Transformations de symétrie</b>	<b>1</b>
A	Symétries fondamentales . . . . .	1
B	Symétries en mécanique classique . . . . .	6
C	Symétries en mécanique quantique . . . . .	24
<b>A<sub>I</sub></b>	<b>Points de vue d'Euler et de Lagrange en mécanique classique</b>	<b>29</b>
1	Point de vue d'Euler . . . . .	30
2	Point de vue de Lagrange . . . . .	32
*****		
<b>II</b>	<b>Notions sur la théorie des groupes</b>	<b>37</b>
A	Propriétés générales des groupes . . . . .	38
B	Représentations linéaires d'un groupe . . . . .	48
<b>A<sub>II</sub></b>	<b>Classes résiduelles d'un sous-groupe ; groupe quotient</b>	<b>57</b>
1	Classes résiduelles à gauche . . . . .	57
2	Groupe quotient . . . . .	58
*****		
<b>III</b>	<b>Introduction aux groupes continus et groupes de Lie</b>	<b>61</b>
A	Propriétés générales . . . . .	62
B	Exemples . . . . .	78
C	Groupes de Galilée et de Poincaré . . . . .	86
<b>A<sub>III</sub></b>	<b>Représentation adjointe, forme de Killing, opérateur de Casimir</b>	<b>97</b>
1	Représentation adjointe à l'algèbre de Lie . . . . .	97
2	Forme de Killing ; produit scalaire et changement de base dans $\mathcal{L}$ . . . . .	99
3	Constantes de structure totalement antisymétriques . . . . .	101
4	Opérateur de Casimir . . . . .	102

<b>IV Représentations induites dans l'espace des états</b>	<b>105</b>
A Conditions imposées aux transformations dans l'espace des états	107
B Théorème de Wigner . . . . .	109
C Transformations des observables . . . . .	114
D Représentations linéaires dans l'espace des états . . . . .	115
E Facteurs de phase et représentations projectives . . . . .	120
<b>A<sub>IV</sub> Représentations projectives unitaires de dimension finie des groupes de Lie connexes</b>	<b>127</b>
1 Cas où $\mathcal{G}$ est simplement connexe . . . . .	128
2 Cas où $\mathcal{G}$ est p-connexe . . . . .	131
<b>B<sub>IV</sub> Théorème de Uhlhorn-Wigner</b>	<b>133</b>
1 Espace réel . . . . .	133
2 Espace complexe . . . . .	137
*****	
<b>V Représentations des groupes de Galilée et de Poincaré : masse, spin et énergie</b>	<b>139</b>
A Groupe de Galilée . . . . .	141
B Groupe de Poincaré . . . . .	154
<b>A<sub>V</sub> Quelques propriétés des opérateurs <math>S</math> et <math>W^2</math></b>	<b>171</b>
1 Opérateur $S$ . . . . .	171
2 Valeurs propres de l'opérateur $W^2$ . . . . .	173
<b>B<sub>V</sub> Groupe des déplacements géométriques</b>	<b>177</b>
1 Rappels : propriétés classiques des déplacements . . . . .	178
2 Opérateurs associés dans l'espace des états . . . . .	190
<b>C<sub>V</sub> Groupe de Lorentz propre</b>	<b>201</b>
1 Lien avec le groupe $SL(2, C)$ . . . . .	201
2 Petit groupe associé à un quadrivecteur . . . . .	207
3 Opérateur $W^2$ . . . . .	211
<b>D<sub>V</sub> Réflexions d'espace (parité)</b>	<b>213</b>
1 Action dans l'espace réel . . . . .	213
2 Opérateur associé dans l'espace des états . . . . .	215
3 Conservation de la parité . . . . .	217

<b>VI Construction d'espaces des états et d'équations d'onde</b>	<b>221</b>
A Groupe de Galilée, équation de Schrödinger . . . . .	222
B Groupe de Poincaré, équations de Klein-Gordon et de Dirac .	234
<b>A<sub>VI</sub> Lagrangiens des équations d'onde</b>	<b>245</b>
1 Lagrangien pour un champ . . . . .	245
2 Equation de Schrödinger . . . . .	248
3 Equation de Klein-Gordon . . . . .	249
4 Equation de Dirac . . . . .	249
*****	
<b>VII Représentations irréductibles du groupe des rotations, spineurs</b>	<b>251</b>
A Représentations unitaires irréductibles du groupe des rota- tions . . . . .	252
B Particules de spin 1/2; spineurs . . . . .	274
C Composition des moments cinétiques . . . . .	281
<b>A<sub>VII</sub> Homomorphisme entre les matrices de <math>SU(2)</math> et celles de rotation</b>	<b>297</b>
1 Transformation d'un vecteur $P$ induite par une matrice de $SU(2)$ . . . . .	297
2 La transformation est une rotation . . . . .	299
3 Homomorphisme . . . . .	300
4 Lien avec le raisonnement du chapitre VII . . . . .	301
5 Lien avec les représentations bivaluées . . . . .	303
*****	
<b>VIII Transformation des observables par rotation</b>	<b>305</b>
A Opérateurs vectoriels . . . . .	308
B Opérateurs tensoriels . . . . .	312
C Théorème de Wigner-Eckart . . . . .	329
D Décomposition de la matrice densité sur les opérateurs tensoriels	345
<b>A<sub>VIII</sub> Rappels élémentaires sur les tenseurs classiques</b>	<b>355</b>
1 Vecteurs . . . . .	355
2 Tenseurs . . . . .	356
3 Propriétés . . . . .	359
4 Critère de tensorialité . . . . .	361
5 Tenseurs symétriques et antisymétriques . . . . .	361
6 Tenseurs particuliers . . . . .	362
7 Tenseurs irréductibles . . . . .	363

<b>B<sub>VIII</sub></b>	<b>Opérateurs tensoriels du second ordre</b>	<b>367</b>
1	Produit tensoriel de deux opérateurs vectoriels . . . . .	367
2	Composantes cartésiennes du tenseur dans le cas général . . .	369
<b>C<sub>VIII</sub></b>	<b>Les moments multipolaires</b>	<b>373</b>
1	Moments multipolaires électriques . . . . .	374
2	Moments multipolaires magnétiques . . . . .	387
3	Moments multipolaires d'un système quantique dans une multiplicité de moment cinétique $J$ donné . . . . .	393
*****		
<b>IX</b>	<b>Groupes <math>SU(2)</math> et <math>SU(3)</math></b>	<b>399</b>
A	Système de particules discernables mais équivalentes . . . . .	401
B	Groupe $SU(2)$ et symétrie d'isospin . . . . .	417
C	Symétrie $SU(3)$ . . . . .	423
<b>A<sub>IX</sub></b>	<b>La nature d'une particule est équivalente à un nombre quantique interne</b>	<b>449</b>
1	Antisymétrisation partielle ou totale d'un vecteur d'état . . .	449
2	Correspondance entre les états de deux systèmes physiques .	451
3	Conséquences physiques . . . . .	453
<b>B<sub>IX</sub></b>	<b>Opérateurs changeant la symétrie d'un vecteur d'état par permutation</b>	<b>455</b>
1	Fermions . . . . .	455
2	Bosons . . . . .	459
*****		
<b>X</b>	<b>Brisures de symétrie</b>	<b>461</b>
A	Magnétisme, brisure de la symétrie de rotation . . . . .	462
B	Quelques autres exemples . . . . .	469
<b>APPENDICE</b>		<b>477</b>
<b>I</b>	<b>Le renversement du temps</b>	<b>477</b>
1	Renversement du temps en mécanique classique . . . . .	478
2	Opérateurs antilinéaires et antiunitaires en mécanique quantique . . . . .	483
3	Renversement du sens du temps et antilinéarité . . . . .	491
4	Forme explicite de l'opérateur de renversement du temps . . .	498
5	Applications . . . . .	503