

# Table des matières

<b>Préface</b>	<b>iii</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Définition et exemples de milieux granulaires . . . . .	1
1.2 Entre fluide et solide : les spécificités de la matière en grains . .	4
1.3 Objectif et plan de l'ouvrage . . . . .	9
<b>Encadré 1.1 : Granulométrie d'un matériau granulaire</b>	<b>10</b>
<b>Encadré 1.2 : Une brève histoire de grains</b>	<b>13</b>
<b>2 Interactions à l'échelle du grain</b>	<b>17</b>
2.1 Forces de contact solide . . . . .	17
2.1.1 Contact élastique de Hertz . . . . .	18
2.1.2 Friction solide . . . . .	20
2.1.3 Collisions entre deux particules . . . . .	28
2.2 Autres interactions . . . . .	32
2.2.1 Interaction électrostatique . . . . .	33
2.2.2 Adhésion . . . . .	33
2.2.3 Cohésion capillaire . . . . .	37
2.2.4 Cas des surfaces réelles, rôle de la rugosité . . . . .	38
2.2.5 Ponts solides . . . . .	40
2.3 Forces en écoulement . . . . .	47
2.3.1 Force sur un grain dans un écoulement stationnaire et uniforme . . . . .	48
2.3.2 Force dans les écoulements instationnaires et inhomogènes	52
2.3.3 Forces hydrodynamiques entre grains : lubrification . . .	56
<b>Encadré 2.1 : Contact électrique entre grains et effet Branly</b>	<b>27</b>
<b>Encadré 2.2 : Origine physique du coefficient d'inélasticité   et lois d'échelle</b>	<b>30</b>
<b>Encadré 2.3 : Méthodes de simulations numériques discrètes   des milieux granulaires</b>	<b>42</b>

<b>3</b>	<b>Le solide granulaire : statique et élasticité</b>	<b>61</b>
3.1	Les empilements granulaires . . . . .	61
3.1.1	Fraction volumique . . . . .	62
3.1.2	Empilements monodisperses de sphères . . . . .	62
3.1.3	Empilements de sphères de différentes tailles . . . . .	64
3.1.4	Compaction . . . . .	68
3.2	Forces dans les empilements . . . . .	74
3.2.1	Détermination des forces dans un empilement : rôle de la friction et isostaticité . . . . .	74
3.2.2	Statistique de la répartition de forces . . . . .	76
3.3	Des forces aux contraintes . . . . .	87
3.3.1	Définition des contraintes dans un milieu granulaire . . . . .	87
3.4	Distribution des contraintes à l'équilibre . . . . .	91
3.4.1	Contraintes dans un silo : calcul de Janssen . . . . .	92
3.4.2	Contraintes sous un tas . . . . .	95
3.5	Élasticité d'un milieu granulaire . . . . .	97
3.5.1	Élasticité d'une chaîne de billes unidimensionnelle . . . . .	98
3.5.2	Modules élastiques d'un empilement granulaire . . . . .	99
3.5.3	Relation constitutive . . . . .	101
3.5.4	Acoustique des milieux granulaires . . . . .	107
	<b>Encadré 3.1 : Méthodes de mesure de la fraction volumique</b>	<b>66</b>
	<b>Encadré 3.2 : Approches théoriques de la compaction granulaire</b>	<b>72</b>
	<b>Encadré 3.3 : Le <math>q</math>-modèle, un modèle simple de propagation des forces dans un empilement granulaire</b>	<b>79</b>
	<b>Encadré 3.4 : Rappels sur les milieux continus</b>	<b>83</b>
	<b>Encadré 3.5 : Une démonstration de l'expression du tenseur des contraintes</b>	<b>90</b>
	<b>Encadré 3.6 : Transition de blocage et limite de rigidité</b>	<b>105</b>
	<b>Encadré 3.7 : Vitesse de propagation des ondes longitudinale et transverse dans un milieu granulaire</b>	<b>112</b>
	<b>Encadré 3.8 : Le silo chantant</b>	<b>115</b>
	<b>Encadré 3.9 : Le chant des dunes</b>	<b>118</b>
<b>4</b>	<b>Le solide granulaire : plasticité</b>	<b>123</b>
4.1	Phénoménologie . . . . .	124
4.1.1	Le tas de sable . . . . .	124
4.1.2	La cellule de cisaillement . . . . .	125
4.1.3	La cellule triaxiale . . . . .	128
4.2	Les différents niveaux de descriptions : approche scalaire . . . . .	129
4.2.1	Premier niveau de description : un milieu frottant . . . . .	129

4.2.2	Second niveau de description : prise en compte des variations de fraction volumique . . . . .	133
4.2.3	Vers des niveaux de description plus fine . . . . .	137
4.3	Modèle de Mohr-Coulomb . . . . .	138
4.3.1	Critère de rupture . . . . .	138
4.3.2	Déformations plastiques . . . . .	149
4.3.3	Conclusion sur le modèle de Mohr-Coulomb/Drücker-Prager . . . . .	151
4.4	Rôle de la fraction volumique : théorie des états critiques . . .	152
4.4.1	Modèle de Drücker-Prager dilatant . . . . .	153
4.4.2	Modèle Cam-Clay . . . . .	155
4.5	Aller plus loin dans les modélisations plastiques . . . . .	159
4.5.1	Prise en compte de l'élasticité . . . . .	159
4.5.2	Chemins de chargement plus complexes . . . . .	161
4.5.3	Phénomènes de localisation . . . . .	162
4.5.4	Vers les écoulements granulaires . . . . .	165
4.6	Plasticité des milieux cohésifs . . . . .	166
4.6.1	Phénoménologie des milieux granulaires cohésifs . . . .	166
4.6.2	Modèle de Mohr-Coulomb cohésif . . . . .	169
4.6.3	Estimation de la cohésion macroscopique . . . . .	170
<b>Encadré 4.1 : La dilatance de Reynolds</b>		<b>133</b>
<b>Encadré 4.2 : Comment résoudre numériquement un problème élasto-plastique</b>		<b>160</b>
<b>Encadré 4.3 : Analyse microscopique de la plasticité</b>		<b>163</b>
<b>Encadré 4.4 : Effet d'humidité</b>		<b>168</b>
<b>5</b>	<b>Gaz granulaires</b>	<b>173</b>
5.1	Analogies et différences avec un gaz . . . . .	173
5.2	Théorie phénoménologique : modèle de Haff (1983) . . . . .	175
5.2.1	Équations de conservation . . . . .	176
5.2.2	Coefficients de transport . . . . .	177
5.2.3	Un mot sur les conditions aux limites . . . . .	182
5.3	Une approche plus complète . . . . .	185
5.3.1	Équation de Enskog-Boltzmann inélastique . . . . .	185
5.3.2	Lois de conservation . . . . .	190
5.3.3	Relations constitutives (Lun <i>et al.</i> , 1984) . . . . .	195
5.3.4	Vers des modèles plus complexes . . . . .	198
5.4	Applications . . . . .	200
5.4.1	Cisaillement plan : loi de Bagnold . . . . .	200
5.4.2	Auto-convection granulaire . . . . .	203
5.4.3	Les anneaux de Saturne . . . . .	204
5.4.4	Boîte vibrée et démon de Maxwell . . . . .	208
5.4.5	Refroidissement homogène et instabilité d'amas . . . . .	212

5.5	Limites de la théorie cinétique . . . . .	217
5.5.1	Problème de séparation d'échelle micro/macro . . . . .	217
5.5.2	Effondrement inélastique . . . . .	218
5.5.3	Vers le régime d'écoulement dense . . . . .	219
<b>Encadré 5.1 : Calcul du terme de collision de l'équation de Boltzmann</b>		<b>187</b>
<b>Encadré 5.2 : Calcul du terme de collision dans l'équation de transport de Maxwell-Boltzmann</b>		<b>192</b>
<b>Encadré 5.3 : Fonction de distribution des vitesses d'un gaz granulaire isolé</b>		<b>215</b>
<b>Encadré 5.4 : Instabilités dans les milieux vibrés, oscillons</b>		<b>221</b>
<b>6</b>	<b>Le liquide granulaire</b>	<b>225</b>
6.1	Introduction . . . . .	225
6.2	Rhéologie . . . . .	231
6.2.1	Cisaillement simple : analyse dimensionnelle . . . . .	232
6.2.2	Loi constitutive . . . . .	237
6.2.3	Applications . . . . .	244
6.2.4	Au-delà de la rhéologie $\mu(I)$ . . . . .	256
6.2.5	Conclusion sur la rhéologie des écoulements denses . . .	261
6.3	Équations de Saint-Venant . . . . .	266
6.3.1	Dérivation des équations . . . . .	267
6.3.2	Choix de la loi de friction . . . . .	271
6.3.3	Exemples d'applications . . . . .	275
6.3.4	Limites et extensions des équations de Saint-Venant . .	282
6.4	Ségrégation sous écoulement . . . . .	286
6.4.1	Ségrégation sur pente . . . . .	291
6.4.2	Ségrégation sur tas et en tambour tournant . . . . .	293
6.4.3	Approches théoriques . . . . .	295
<b>Encadré 6.1 : Mesure de vitesse dans les écoulements granulaires</b>		<b>229</b>
<b>Encadré 6.2 : Rhéologie : vers des milieux granulaires plus complexes</b>		<b>240</b>
<b>Encadré 6.3 : Prédiction de la rhéologie <math>\mu(I)</math> pour le cisaillement plan sous gravité</b>		<b>254</b>
<b>Encadré 6.4 : Une bille sur un plan incliné : le Tac-Tac</b>		<b>262</b>
<b>Encadré 6.5 : Ségrégation sous vibrations</b>		<b>287</b>
<b>Encadré 6.6 : La neige : un exemple de milieu granulaire polydisperse</b>		<b>301</b>

<b>7</b>	<b>Milieux granulaires immergés</b>	<b>303</b>
7.1	Équations diphasiques . . . . .	304
7.1.1	Conservation de la masse . . . . .	304
7.1.2	Définition des contraintes effectives . . . . .	304
7.1.3	Équations du mouvement . . . . .	305
7.1.4	Limite diluée . . . . .	307
7.1.5	Limite dense . . . . .	308
7.2	Rôle du fluide sur les empilements statiques . . . . .	309
7.2.1	Équilibre statique . . . . .	309
7.2.2	Écoulement dans un poreux . . . . .	310
7.2.3	Lit fluidisé . . . . .	311
7.3	Rôle du fluide lors de la compaction ou de la dilatation d'un milieu granulaire . . . . .	313
7.3.1	Consolidation d'un sol : un aperçu de la poroélasticité .	314
7.3.2	Liquéfaction des sols . . . . .	316
7.3.3	Conséquence pour les glissements de terrain . . . . .	318
7.4	Rôle du fluide dans les écoulements granulaires . . . . .	323
7.4.1	Milieux granulaires ou suspensions ? . . . . .	323
7.4.2	Cisaillement à contrainte normale imposée . . . . .	325
7.4.3	Rhéologie à fraction volumique imposée : lien avec les suspensions denses . . . . .	329
<b>Encadré 7.1 : Rôle de l'air dans les milieux granulaires vibrés</b>		<b>312</b>
<b>Encadré 7.2 : Les sables mouvants</b>		<b>320</b>
<b>8</b>	<b>Érosion et transport sédimentaire</b>	<b>331</b>
8.1	Introduction . . . . .	331
8.2	Seuil statique de transport . . . . .	333
8.2.1	Nombre de Shields . . . . .	334
8.2.2	Détermination du seuil de transport à l'échelle du grain	339
8.2.3	Influence de la pente longitudinale . . . . .	343
8.2.4	Influence de la cohésion . . . . .	344
8.3	Description du transport . . . . .	346
8.3.1	Interface entre le lit sédimentaire et le fluide . . . . .	346
8.3.2	Flux et conservation de la matière . . . . .	346
8.3.3	Flux saturé . . . . .	348
8.3.4	Longueur de saturation . . . . .	350
8.4	Charriage . . . . .	352
8.4.1	Description qualitative . . . . .	352
8.4.2	Description discrète du charriage . . . . .	353
8.4.3	Exemple de l'ensablement de l'estuaire de la Loire . . .	362

8.5	Transport éolien : saltation et reptation . . . . .	363
8.5.1	Description qualitative . . . . .	363
8.5.2	Seuil dynamique de transport . . . . .	365
8.5.3	Flux saturé . . . . .	366
8.5.4	Longueur de saturation . . . . .	370
8.5.5	Influence d'un gradient de vent transverse . . . . .	373
8.5.6	Exemple de l'ensablement d'une route saharienne . . . . .	373
8.6	Suspension turbulente . . . . .	375
8.6.1	Description qualitative . . . . .	375
8.6.2	Flux saturé . . . . .	377
8.6.3	Longueur de saturation . . . . .	380
8.6.4	Exemple de la rupture d'une digue par élargissement d'un renard . . . . .	380
<b>Encadré 8.1 : Détermination du seuil de transport dans une description diphasique continue</b>		<b>337</b>
<b>Encadré 8.2 : Couche limite turbulente</b>		<b>341</b>
<b>Encadré 8.3 : Charriage dans une description continue</b>		<b>360</b>
<b>9</b>	<b>Géomorphologie sédimentaire</b>	<b>383</b>
9.1	Processus de pentes et écoulements gravitaires . . . . .	383
9.1.1	Typologie . . . . .	384
9.1.2	Longueur de « <i>run-out</i> » . . . . .	390
9.2	Rides et dunes . . . . .	395
9.2.1	Classifications naturaliste et physique . . . . .	395
9.2.2	Instabilité d'un lit sédimentaire : dunes éoliennes et rides aquatiques . . . . .	399
9.2.3	Dunes barkhanes . . . . .	406
9.2.4	Méga-dunes et effets de taille finie . . . . .	410
9.2.5	Rides éoliennes . . . . .	412
9.3	Processus côtiers . . . . .	417
9.3.1	Faire des vagues . . . . .	417
9.3.2	Transport et instabilité côtière . . . . .	422
9.3.3	Instabilité de plage . . . . .	425
9.3.4	Rides de bord de mer . . . . .	427
9.4	Rivières . . . . .	430
9.4.1	Auto-organisation des bassins versants . . . . .	430
9.4.2	Morphologie des rivières . . . . .	435
9.4.3	Profil d'équilibre d'une rivière . . . . .	441
9.4.4	Rides, dunes, anti-dunes, barres et méandres . . . . .	444

<b>Encadré 9.1 : Migration de grains dans un sol gelé ou « Comment se forment les cercles de cailloux ? »</b>	<b>386</b>
<b>Encadré 9.2 : Origine naturelle des milieux granulaires</b>	<b>393</b>
<b>Encadré 9.3 : Hydrodynamique des vagues</b>	<b>419</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>453</b>
<b>Index</b>	<b>491</b>