

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>vii</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>ix</b>
<b>1 Description sur une variable</b>	<b>1</b>
1.1 Processus de mesure . . . . .	1
1.2 Structure de la mesure . . . . .	4
1.2.1 Variable qualitative nominale . . . . .	5
1.2.2 Variable qualitative ordinale . . . . .	7
1.2.3 Variable quantitative discrète . . . . .	10
1.2.4 Variable quantitative continue . . . . .	16
1.2.5 Notion de rapport et d'intervalle . . . . .	21
1.3 Synthèse . . . . .	22
<b>2 Description de liaison</b>	<b>23</b>
2.1 Lien entre une variables numérique et une variable catégorisée . . .	23
2.1.1 Plans d'analyse . . . . .	23
2.1.2 Comparaison des indices de centralité . . . . .	24
2.1.3 Comparaison des dispersions . . . . .	27
2.1.4 Comparaison de distributions en blocs . . . . .	32
2.1.5 Situer un individu . . . . .	35
2.2 Lien entre deux variables numériques . . . . .	38
2.2.1 Covariance empirique . . . . .	38
2.2.2 Coefficient de corrélation de Bravais-Pearson . . . . .	40
2.2.3 Corrélation et causalité . . . . .	45
2.3 Lien de deux variables catégorisées . . . . .	46
2.3.1 Cotes, rapport de cotes et lograpports de cotes . . . . .	46
2.3.2 Rapport de vraisemblance . . . . .	48
<b>3 Algèbre des événements</b>	<b>51</b>
3.1 Notion d'ensemble . . . . .	52
3.2 Intersection et union . . . . .	54

3.3	Algèbre sur les ensembles . . . . .	55
3.3.1	Ordre des opérateurs . . . . .	55
3.3.2	Distributivité . . . . .	56
3.3.3	Lois de De Morgan . . . . .	56
3.3.4	Tableau de synthèse . . . . .	57
3.4	Application : le jeu de la sélection de cartes . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Calcul des probabilités</b>	<b>59</b>
4.1	Notion intuitive . . . . .	59
4.1.1	Probabilité connue . . . . .	60
4.1.2	Probabilité inconnue . . . . .	61
4.2	Probabilité conjointe, conditionnelle et marginale . . . . .	61
4.3	Règles de calcul . . . . .	64
4.3.1	Formules de Bayes . . . . .	64
4.3.2	Loi du produit . . . . .	65
4.3.3	Loi de l'addition . . . . .	66
4.3.4	Théorème des probabilités totales . . . . .	68
4.3.5	Tableau de synthèse . . . . .	69
4.4	Dénombrements . . . . .	69
4.4.1	Permutations . . . . .	70
4.4.2	Arrangements . . . . .	70
4.4.3	Combinaisons . . . . .	71
4.4.4	Répartition en classes identifiées . . . . .	72
4.4.5	Tableau de synthèse . . . . .	73
4.5	Probabilités sur un ensemble non dénombrable . . . . .	73
4.5.1	Simulation d'un processus uniforme . . . . .	74
4.5.2	Probabilité ponctuelle dans une loi continue . . . . .	76
4.5.3	Construction de la densité uniforme . . . . .	77
4.5.4	Notion d'intégrale . . . . .	78
4.6	Applications . . . . .	79
4.6.1	Sally Clark est-elle coupable ? . . . . .	79
4.6.2	Sensibilité et spécificité des tests psychologiques . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Espérances et moments</b>	<b>87</b>
5.1	Espérance mathématique et théorie des jeux . . . . .	88
5.2	Variance et gestion des risques . . . . .	93
5.3	Algèbre des covariances . . . . .	97
5.4	Application : l'analyse factorielle . . . . .	99
5.5	Tableaux de synthèse . . . . .	104

<b>6</b>	<b>Notion de modèle</b>	<b>105</b>
6.1	La statistique inférentielle . . . . .	105
6.2	Démarche d'hypothèse . . . . .	106
6.3	Un exemple neuropsychologique . . . . .	108
6.3.1	Modélisation . . . . .	108
6.3.2	La valeur $p$ . . . . .	110
6.3.3	Seuil de décision et erreur de type I . . . . .	110
6.3.4	Erreur de type II . . . . .	111
6.4	Probabilité des données ou probabilité du modèle . . . . .	112
6.4.1	Le facteur de Bayes . . . . .	112
6.4.2	Probabilités a posteriori des modèles . . . . .	115
<b>7</b>	<b>Modèles binomiaux</b>	<b>117</b>
7.1	Modèles à un paramètre . . . . .	117
7.1.1	Test d'hypothèse . . . . .	117
7.1.2	Estimation d'une probabilité inconnue . . . . .	125
7.2	L'approche bayésienne . . . . .	128
7.2.1	Historique critique sur la démarche par valeur $p$ . . . . .	129
7.2.2	Facteur de Bayes pour l'inférence sur une probabilité . . . . .	132
7.2.3	Estimation bayésienne d'une probabilité . . . . .	138
7.2.4	Le critère d'information bayésien ( $BIC$ ) . . . . .	145
7.3	Modèles à deux paramètres . . . . .	149
7.3.1	La théorie de la dissonance cognitive . . . . .	149
7.3.2	Facteur de Bayes pour la comparaison de deux probabilités . . . . .	151
7.3.3	Approximation par la différence des $BIC$ . . . . .	152
7.4	Modèles à trois paramètres . . . . .	156
7.4.1	Antécédents d'abus sexuels et délinquance . . . . .	156
7.4.2	Facteur de Bayes pour la comparaison de trois probabilités . . . . .	158
7.4.3	Approximation par la différence des $BIC$ . . . . .	161
7.5	Modèles généraux et factoriels . . . . .	164
7.5.1	Etiquetage social négatif et « compliance » . . . . .	164
7.5.2	Modélisation . . . . .	165
7.5.3	Comparaison de tous les modèles possibles . . . . .	167
<b>8</b>	<b>Modèles multinomiaux</b>	<b>169</b>
8.1	Construction de la loi multinomiale . . . . .	169
8.2	Modèles sur une variable catégorisée . . . . .	170
8.2.1	Comparaison à une distribution multinomiale fixée . . . . .	170
8.2.2	Comparaison à une alternative multinomiale structurée . . . . .	172
8.3	Modèles sur deux variables catégorisées . . . . .	172
8.3.1	Comparaison de distributions multinomiales . . . . .	173
8.3.2	Examen des liaisons locales . . . . .	175
8.3.3	Modèle de l'indépendance . . . . .	176
8.3.4	Contrastes dans une table de contingence . . . . .	179

8.4	Modèles sur trois variables catégorisées . . . . .	182
<b>9</b>	<b>Modèles gaussiens</b>	<b>187</b>
9.1	Construction de la loi normale . . . . .	187
9.1.1	La loi normale . . . . .	187
9.1.2	Changement d'échelle et d'origine d'une loi normale . . . . .	193
9.2	Inférence sur une moyenne : variance connue . . . . .	196
9.2.1	Distribution d'une moyenne d'échantillon . . . . .	196
9.2.2	Comparaison à une valeur théorique . . . . .	199
9.2.3	Approche bayésienne . . . . .	201
9.3	Inférence sur une variance . . . . .	206
9.3.1	Construction d'un estimateur de variance sans biais . . . . .	207
9.3.2	La loi de $\chi^2$ . . . . .	209
9.3.3	Comparaison à une valeur théorique . . . . .	212
9.3.4	Approche bayésienne . . . . .	213
9.4	Inférence sur une moyenne : variance inconnue . . . . .	222
9.4.1	La loi de Student . . . . .	223
9.4.2	Test de comparaison à une norme . . . . .	224
9.4.3	Analyse d'une différence test-retest . . . . .	225
9.4.4	Inférence sur la taille de l'effet . . . . .	227
9.4.5	Approche bayésienne . . . . .	234
9.5	Inférence sur deux moyennes d'échantillons indépendants . . . . .	248
9.5.1	Statistique de Student . . . . .	250
9.5.2	Mesure de la taille d'effet ( $g$ de Hedges) . . . . .	255
9.5.3	Approche bayésienne . . . . .	255
9.6	Inférence sur des variances d'échantillons indépendants . . . . .	259
9.6.1	Construction d'un modèle de groupe (ANOVA) . . . . .	263
9.6.2	Calcul pratique sous R/R2STATS . . . . .	273
9.6.3	Test des hypothèses de l'ANOVA . . . . .	277
9.6.4	Comparaisons spécifiques (contrastes) . . . . .	282
9.6.5	Approche bayésienne . . . . .	288
<b>A</b>	<b>Compléments techniques</b>	<b>299</b>
A.1	Les fonctions exponentielle et logarithme . . . . .	299
A.2	Maximisation d'une vraisemblance binomiale . . . . .	302
A.3	La loi Beta-binomiale . . . . .	303
A.4	Formules exactes du facteur de Bayes . . . . .	305
A.5	Maximisation d'une vraisemblance gaussienne . . . . .	311
A.6	Lois <i>a posteriori</i> sur les paramètres d'une loi normale . . . . .	312
	<b>Bibliographie</b>	<b>314</b>
	<b>Index</b>	<b>321</b>